

INSTITUTO NACIONAL DE OBRAS SANITARIAS



CURVA DE CONCENTRACION DE LORENZ-PERENNIDAD

CARACAS  
AGOSTO 1.966

A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'R. J. ...', is written over a horizontal line.

DEPARTAMENTO TECNICO  
DIVISION DE HIDROLOGIA

## CURVA DE CONCENTRACION DE LORENZ-PERENNIDAD

### OBJETIVO

La finalidad de este trabajo, es hacer hincapié en la importancia que tiene el conocimiento de la curva de concentración de Lorenz, los coeficientes relativos de perennidad y las conclusiones que pueden ser deducidas.

Este fólleto está más que todo, destinado a la sección de Análisis del Servicio de Hidrología del I. N. O. S. , debido a que esta tiene bajo responsabilidad, la elaboración de los hidrógrafos correspondientes a cada uno de los ríos controlados por el I. N. O. S. Estos hidrógrafos, van desde el análisis de los aforos hasta la curva de duración y se elaboran para cada año climático. Por lo tanto, en vista de que se tiene elaborada la curva de duración, porqué no deducir de ésta la curva de concentración y así se contaría en gran escala con este valioso dato. Se dice valioso, porque estos diagramas proporcionan rápidamente una idea sobre la naturaleza de la cuenca hidrográfica, de su mayor o menor permeabilidad, y además da una orientación sobre el tipo de obra más conveniente para el desarrollo de su cuenca, debido a que un río de elevado coeficiente de perennidad solo necesita un embalse de regulación anual.

Hidro. Humberto Cartaya Di Lena

## DEFINICIONES

### Perennidad de un río. -

Es el carácter que tiene en cuenta la no uniformidad o ya riabilidad en los gastos de un determinado río.

### Curva de duración. -

Es aquella que muestra la naturaleza y característica del caudal de un río.

### Curva de Concentración o de Lorenz. -

Es aquella que pone en manifiesto la perennidad de un río.

### Gasto integral. -

Volumen total escurrido durante el año.

### Gasto semi-permanente. -

El que corresponde en la curva de duración a la mitad del año (50% del año).

### Gasto módulo. -

Es el gasto medio anual.

## OBTENCION DE LA CURVA DE DURACION

Por lo general, se realiza para cada año climático y para cada curso de agua, con los gastos medios diarios llevados a la ordenada en  $m^3/seg.$  colocándolos en orden decreciente y no en el orden en que se verificaron y en la abscisa los 365 días del año o también, llevando a la abscisa el % de tiempo en que varios gastos son iguales o superiores a uno preseleccionado y en la ordenada esos gastos preseleccionados, además puede ser construída por contaje del número de días, meses o años con gastos en varias clases de intervalo. Cuando la unidad de tiempo se incrementa el rango de la curva decrese. La selección del tiempo unidad sólo depende del propósito de la curva.

## CALCULO DEL GASTO INTEGRAL

Viene representado por el área comprendida entre la curva de duración y los ejes coordenados. Se puede obtener por medio de un planímetro y así serviría de comprobación a la curva de duración, ya que el volumen que se obtenga por integración debe ser aproximadamente igual al volumen total escurrido durante el período.

## OBTENCION DE LA CURVA DE CONCENTRACION DE LORENZ

Por integración gráfica de la curva de duración se obtiene la de concentración, en que su ordenada extrema en la debida escala, multiplicada por la distancia polar con que se hizo la integración gráfica representa el gasto integral.

## BASE TEORICA

En este punto trataremos la integración gráfica, que es la base para la obtención de la curva de concentración.

Integración gráfica. -

Esta integración se hace cuando interesa además del valor de la integral  $\int_a^b f(x)dx$ , la forma aproximada de la curva que representa la función primitiva  $\int_a^x f(x)dx$  de la función  $f(x)$  dada por una gráfica experimental o empírica, que para nuestros fines es la curva de duración y la primitiva en este caso es la curva de concentración de Lorenz.

Para una mejor comprensión veámoslo con una función teórica cualquiera:

Supongamos que tenemos los siguientes valores experimentales que corresponden a una cierta función  $y = f(x)$  :

$$\begin{array}{l} y = 5, 20, 40, 50, 60, 70, 90 \\ x = 10, 8, 4, 3, 2, 0.5, 0 \end{array}$$

Con estos valores se construye la gráfica que representa a  $f(x)$ , (lámina 1).

Como segundo paso se hace la integración gráfica de  $\int_a^b f(x)dx$  es decir, que vamos a obtener en una forma aproximada la curva que representa la función primitiva  $\int_a^k f(x)dx$ . Para lo cual, se cruza la curva obtenida como indica la Lámina 1, por una poligonal  $g$  de lados alternativamente paralelos a los ejes, empezando y terminando por un lado horizontal, de modo que en cada corte horizontal queden compensadas sensiblemente las áreas situadas a su izquierda, a un lado y otro de la curva, comprendidas entre ésta y la poligonal. Proyectándose luego sobre el eje vertical  $KK'$  el origen  $A_0$  de la curva y cada uno de los puntos  $A_1, A_2, \dots$  en que las horizontales del polígono cortan a la curva (puntos de compensación de áreas).

Unamos las proyecciones  $A'_0, A'_1, A'_2, \dots$  mediante las rectas  $S_0, S_1, S_2, \dots$ , con un punto  $P$  (polo) situado sobre el eje  $x$  a distancia  $\xi$  (distancia polar), a la derecha de  $K$ .

Por el origen  $A$  del intervalo trazamos una paralela a  $S_0$ ; por el punto  $N_1$  en que ésta corta a la vertical primera de la poligonal  $g$  trazamos  $S'_1$  paralela a  $S_1$  hasta cortar en  $N_2$  a la 2a. vertical, y así sucesivamente hasta la vertical por el extremo.

De acuerdo con esta construcción, la pendiente de cada trozo rectilíneo  $S'_i$  es  $OA'_i/\xi$ , es decir, proporcional a la ordenada de la poligonal  $g$  en el mismo intervalo. La línea poligonal  $AN_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6 M_6$ , así construída, representa, pues la integral de la po-

ligonal g.

La compensación en los puntos  $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ , indica que la curva integral buscada pasa por los puntos de igual abscisa  $A_1, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ , en dicho polígono integral. Pero, además, como hemos visto, la pendiente del trozo rectilíneo por  $M_i$  es proporcional a la ordenada de la curva en el punto de compensación de dicho intervalo.

Por lo tanto: la curva integral tendrá en los puntos  $A, M_1, M_2, \dots$ , la misma pendiente que el trozo rectilíneo correspondiente. Si las compensaciones han sido bien hechas, esta curva integral podrá trazarse con buena aproximación, puesto que vendrá dada por sus puntos  $A, M_1, M_2, \dots$ , y sus tangentes  $S'_0, S'_1, S'_2, \dots$ , en ellos.

La integral definida  $\int_a^b f(x)dx$  será el producto de la ordenada extrema  $BM_6$ , del polígono integral por la distancia polar  $\delta$ .

Observando la lámina 1 y suponiendo adimensional el gráfico tenemos:

$$BM_6 = 75.5 \text{ ( en su debida escala)}$$

$$\delta = 5$$

$$\text{El valor del área será: } \delta \times BM_6 = 377.5$$

Ahora, comparando este valor con el que se obtiene haciendo el cálculo del área bajo la curva por medio de trapecios, tenemos:

$$\frac{(90 + 70)}{2} \times 0.5 = 40$$

$$\frac{(70 + 60)}{2} \times 1 = 65$$

$$\frac{(60 + 50)}{2} \times 1.5 = 82.5$$

$$\frac{(50 + 40)}{2} \times 1 = 45$$

$$\frac{(40 + 20)}{2} \times 4 = 120$$

$$\frac{(20 + 5)}{2} \times 2 = 25$$

$$\sum = 377.5$$

Como podemos ver, los dos valores coinciden justificándose el cálculo.

#### PROCEDIMIENTO

Visto en forma general la integración gráfica pasaremos a nuestro real objetivo que es la curva de concentración y para la cual tomaremos como ejemplo el Río Pueblo Viejo en Puente Burro Negro (Edo. Zulia).

El área de la cuenca hasta el sitio de medición, en Puente Burro Negro es de aproximadamente 855 Km<sup>2</sup>. los datos hidrométricos van desde el año climático 1956-57 hasta el presente. Aquí, se cree conveniente aclarar que a finales del año 1959 se terminó de construir el embalse de Burro Negro, a unos 2.5 Km. aguas arriba del sitio de medición y por lo tanto los datos de caudal medidos a partir de esa fecha, no corresponden al verdadero rendimiento de la cuenca.

Ahora bien, para salvar este inconveniente y tomando en cuenta la objetividad del folleto, que no es más que una simple exposición del camino a seguirse para la obtención de la curva de concentración de Lorenz, se decidió tomar solamente el año climático 1957-58 a manera de ejemplo. Esta elección se hizo pensando que para esa fecha no existía ningún tipo de extracción en el río.

## EXPLICACION DEL PROCEDIMIENTO

Se construyó la curva de duración de acuerdo al formato S.H.S-26. Es de agregar, que cuando en el año que se estudia no existe gastos de  $0.0 \text{ m}^3/\text{seg.}$ , ha de tomarse, en la construcción de la curva de duración como último gasto indicado (menor gasto de referencia) al gasto más bajo del mes y no  $0.0 \text{ m}^3/\text{seg.}$  Cosa que se pasó por alto en este ejemplo, pero como ejemplo al fin no se consideró necesario corregirlo.

Es conveniente considerar lo antes dicho, siempre y cuando se pueda, porque así queda la curva en su parte baja mejor definida, ya que, se separa del eje horizontal y la integración será más precisa.

Como paso siguiente se obtiene la curva de concentración por integración gráfica de la de duración. (lámina 2). Aquí se utilizó la misma nomenclatura de la integración gráfica antes tratada y lo dicho en ella vale para este ejemplo.

La distancia Polar ( $\delta$ ), se tomó desde el punto P (polo) hasta el eje  $KK'$ , esto se hace porque hay casos en que la curva de concentración dá con mucha pendiente y puede llegar a interceptar a la de duración haciéndose la construcción un poco confusa.

## RESULTADOS

La curva de concentración o de Lorenz en la lámina 2, es la representada por las letras CDA.

La ordenada extrema es:  $BC = 2.8 \text{ m}^3/\text{seg.}$  (en su debida escala).

La distancia Polar es:  $\delta = 120\% = 120 \times 315360$  (en su debida escala).

$$\text{Volumen integrar} = BC \times \delta = 103438080 \text{ m}^3$$

El factor 315360 se obtiene así:

$$365 \text{ días} = 86400 \text{ seg.} \times 365 = 31536000 \text{ seg.}$$

1% de tiempo en que el gasto es igualado o excedido =

$$= \frac{31536000}{100} = 315360 \text{ seg.}$$

El volumen total escurrido durante el año fue de 99659000 m<sup>3</sup> sacado del resumen anual; como podemos ver hay una discrepancia entre los dos volúmenes, que quizás se debe al método utilizado para la obtención de la curva de duración, y además, el error que lleva de por sí todo método gráfico. Pero que se justifica porque no introduce error apreciable en la determinación de los coeficientes de perennidad.

#### DEDUCCION DEL COEFICIENTE DE PERENNIDAD

Es la relación existente entre el área formada por la curva de concentración y los ejes (horizontal y vertical) es decir, ADCBA y el área del triángulo ABC. Esta relación siempre estará comprendida entre 0 y 1.

En la lámina 2:

Area de la curva ADCBA = 0.070 . t

Area del triángulo ABC = 0.229 . t

Siendo t, el factor de planimetración

Coeficiente de Perennidad =  $\frac{\text{Area ADCBA}}{\text{Area ABC}}$

#### OBSERVACIONES

El área ADCBA se obtiene por medio de un planímetro y el área del triángulo por la fórmula correspondiente. Pero, para mayor facilidad solo bastaría recorrer por separado cada uno de los contornos (ADCBA y ABC) y el cociente entre el número de fracción de vuelta que da la rueda cilla al recorrer la curva y el número correspondiente al hacerlos con el triángulo dará el coeficiente de perennidad.

Coeficiente de Perennidad =  $\frac{\text{N}^\circ \text{ de fracciones de vueltas al recorrer ADCBA}}{\text{N}^\circ \text{ de fracciones de vueltas al recorrer ABC}}$

Para el ejemplo:

$$\text{C. de P.} = \frac{0.070}{0.229} = 0.306$$

La unión de los puntos extremos (CA) de la curva de concentración da una recta que al límete representa la curva de concentración de un río imaginario, cuyos gastos fueran constantes durante todo el año. En sentido contrario, la curva de concentración tiende en el límete a la línea quebrada ABC (lámina 2), es decir, que en este último caso, el río tendría la máxima irregularidad.

Un río es más perenne cuando sus gastos son más uniformemente distribuidos en el tiempo; y ocurre cuando la curva de concentración se acerca a la recta AC, en el caso contrario, el río tiene carácter torrencial, es decir, cuando los gastos no tienen uniformidad la curva de concentración se aleja de la recta AC.

### APLICACION

Los coeficientes relativos indican una mayor perennidad del río, cuando su valor está más cerca de la unidad, y en caso contrario menor perennidad.

Como a veces es necesario comparar los diagramas de concentración de varios años para un mismo río y por lo tanto superponerlos, es conveniente para eso, que todas las ordenadas extremas (BC), de la curva queden constante y para lo cual basta con variar oportunamente la distancia polar ( $\delta$ ). Una manera práctica sería despejándose de la ecuación  $\delta \times BC = \text{vol integral}$ ; donde BC es la ordenada extrema, que se tomará del primer diagrama de concentración que se haga, y se dejará constante, definitivamente para los demás diagramas. El volumen integral se obtendría por integración planimétrica de la curva de duración o bien del resumen anual de escurrimiento. Así se tendrá fija la ordenada extrema (BC). Estas curvas serán más o menos las mismas para afluentes de una misma cuenca y para los ríos de análogas condiciones geológicas, climatológicas e hidrológicas.

Ahora bien, la curva de concentración se puede trazar para un período de varios años, e igual la de las precipitaciones y aquí tiene gran interés, porque pueden ser comparadas y así poner a la vista la influencia de la circulación telúrica sobre las aportaciones.

Cuando el coeficiente de perennidad del período en estudio da sumamente bajo (0.4, 0.3, . . . . .), nos indica una no uniformidad de los gastos y se puede deducir que la cuenca sea prevalentemente impermeable; ahora, si se está haciendo comparación con el de

las lluvias (mismo período de estudio), y este da mayor que el del escurrimiento, se puede decir, que las lluvias pequeñas son absorbidas en parte por los terrenos y en parte por la alta evaporación, sin poder llegar al río; mientras que las lluvias de alta intensidad, lograda rápidamente la saturación del terreno escurren con rapidez al río.

Un alto coeficiente de perennidad de los gastos (0.5, 0.6,...) para el período, y una buena uniformidad para cada año, demuestra un alto poder de retención de la cuenca y por lo tanto una buena distribución de los gastos a través de los meses del año. y en fin, que el río podría ser regulado mediante un embalse de regulación anual.

Entendiéndose por regulación anual, aquella que tiene por objeto transformar la sucesión natural de los caudales del río en otra acomodada a la demanda a lo largo de ese año; para asegurar en cada año una determinada disponibilidad mínima suficiente para el servicio que vaya a prestarse y conseguir que esa disponibilidad se acomode en el tiempo a la demanda.

Mod. S. H. S-26

CURVA DE DURACION DE GASTOS

Río: Pueblo Viejo en Pte. Burro Negro Año: 1957-58

Area = 855 Km<sup>2</sup>.

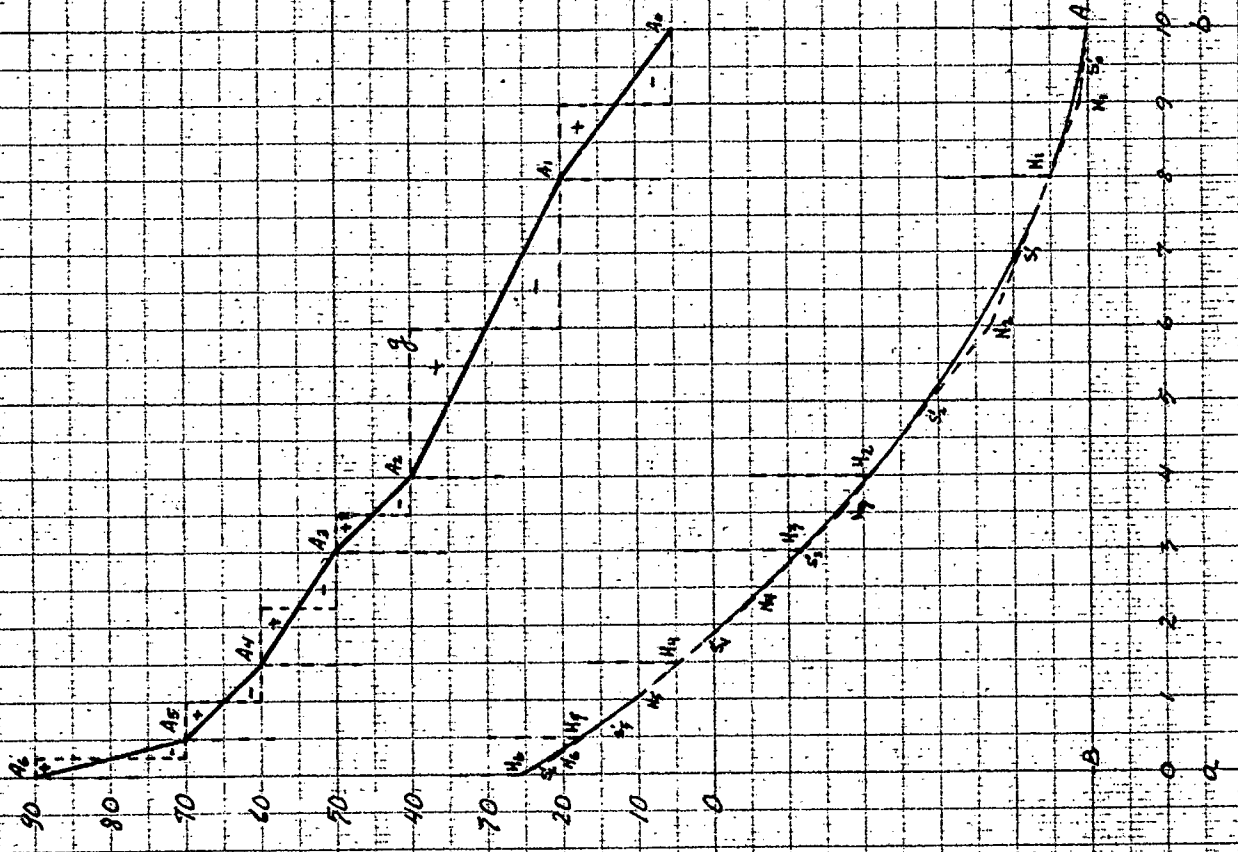
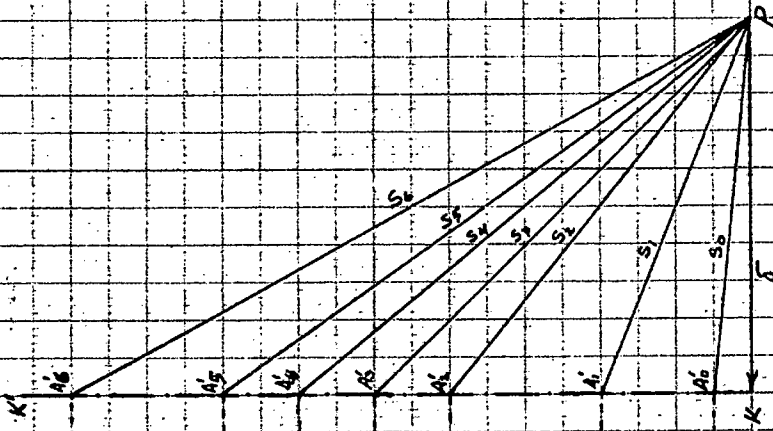
Gasto total = \_\_\_\_\_ Has. - mts. = \_\_\_\_\_ M<sup>3</sup>/seg. el \_\_\_\_\_

Diario = \_\_\_\_\_ M<sup>3</sup>/seg. el \_\_\_\_\_

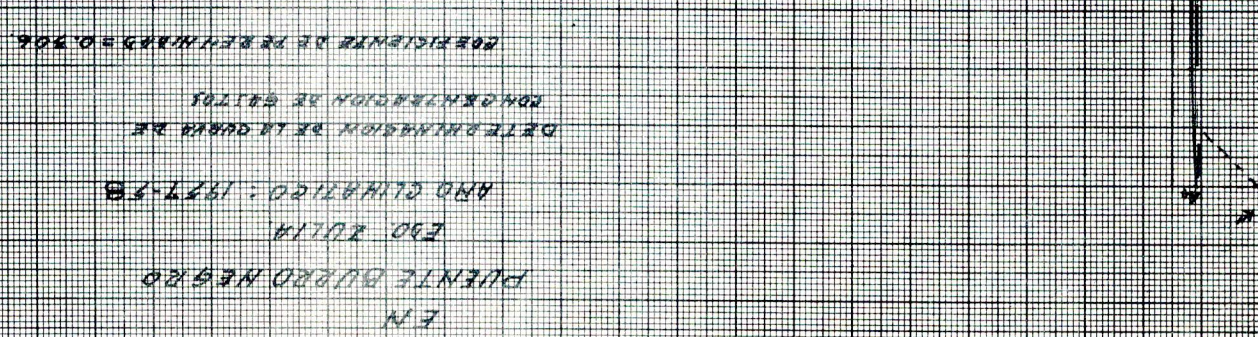
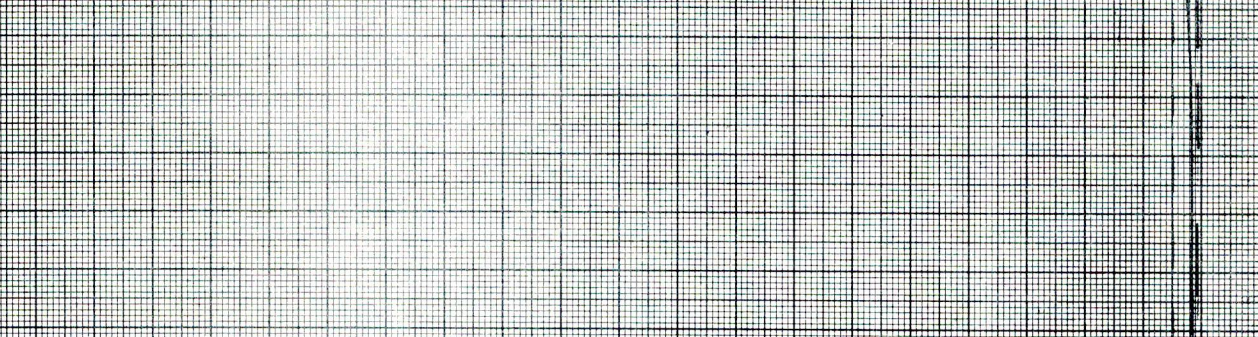
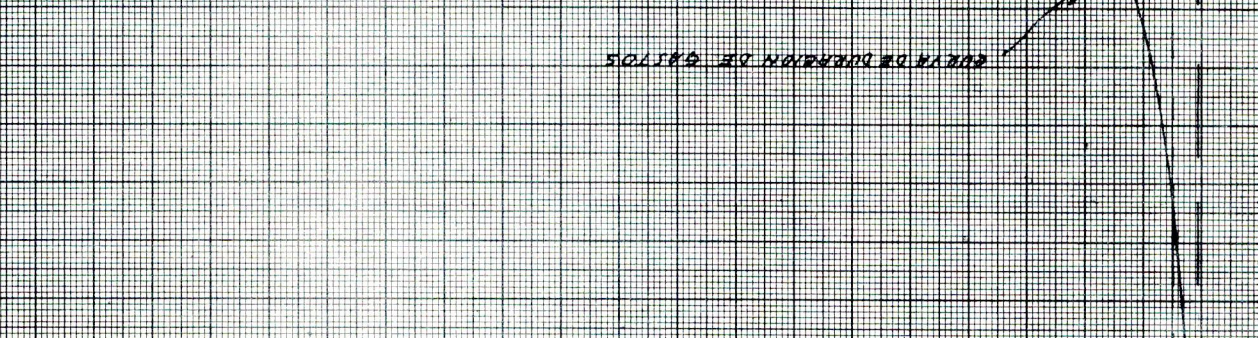
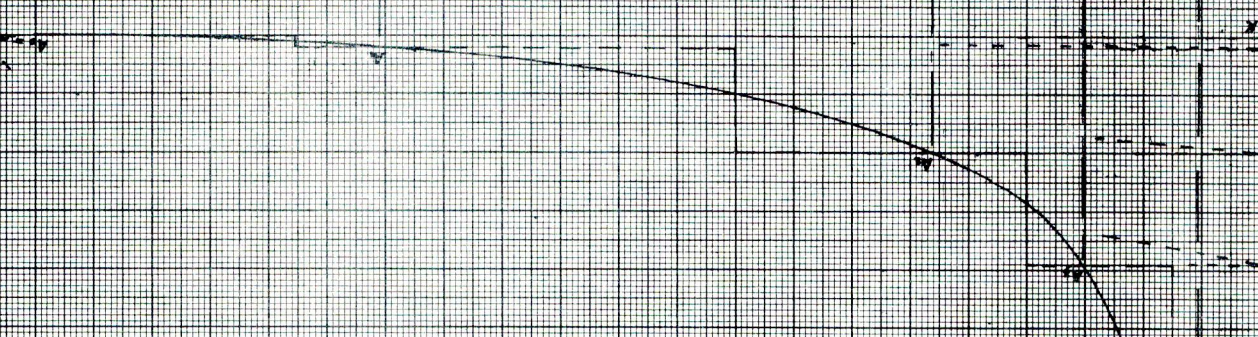
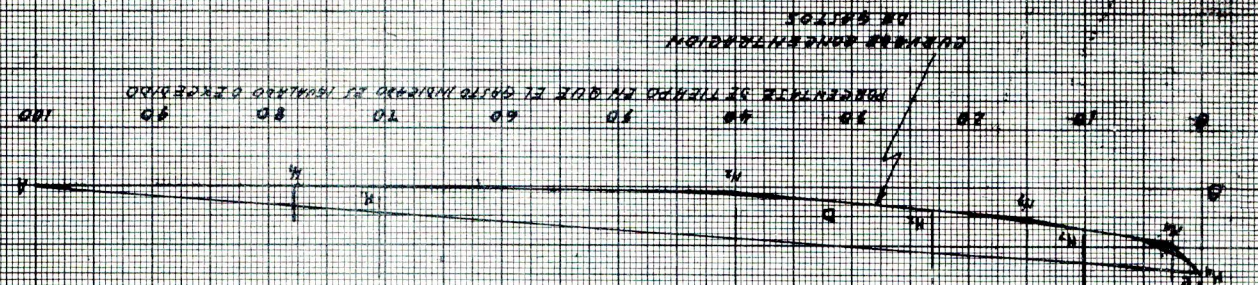
Gasto máximo: \_\_\_\_\_

Instantáneo = \_\_\_\_\_ M<sup>3</sup>/seg. el \_\_\_\_\_

NUMERO DE DIAS CON GASTO IGUAL O SUPERIOR A:														
Gasto M <sup>3</sup> /seg.	A	M	J	J	A	S	O	N	D	E	F	M	Tota- les	%
44							1						1	0.27
42							1	1					2	0.55
40							1	1					2	0.55
30							1	1					2	0.55
20		1					6	1					8	2.19
10		4	1			4	12	3	2				26	7.12
5		11	5	2		7	22	14	5				66	18.08
2.5	1	17	12	6	3	15	27	29	17	1			128	35.07
1	4	26	22	18	8	27	31	30	30	4			200	54.80
0.75	6	27	23	19	17	29	31	30	31	6			219	60.00
0.5	9	28	29	23	25	30	31	30	31	13			249	68.22
0.25	17	31	30	27	31	30	31	30	31	16			274	75.07
0.	30	31	30	31	31	30	31	30	31	31	28	31	365	100.00



INTEGRACION GRAFICA  
(LAMINA I)



RIO PUERTO VIEJO  
 EN  
 PUENTE BUENO NEGRO  
 EDO. ZULIA  
 AÑO CLIMATICO: 1977-78  
 DETERMINACION DE LA CURVA DE  
 DISTRIBUCION DE GASTOS  
 COEFICIENTE DE VARIACION = 0.506

GASTOS EN M<sup>3</sup>/SEG.

100  
 80  
 60  
 40  
 20

0  
 2  
 4  
 6  
 8  
 10  
 12  
 14  
 16  
 18  
 20  
 22  
 24  
 26  
 28  
 30  
 32  
 34  
 36  
 38  
 40  
 42  
 44

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20

100  
 80  
 60  
 40  
 20