UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACION

ESCUELA DE GEOGRAFIA

MEDIDAS DE LA VARIABILIDAS EN CLIMATOLOGIA

Por: José Manuel Guevara Díaz.

Publicaciones de la Escuela de Geografía

NUMERO: AÑO:

Caracas -Venezuela

MEDIDAS DE LA VARIABILIDAD EN CLIMATOLOGIA

J. M. Guevara Díaz
Prof.Agregado de la U.C.V.
Caracas, 1.972

En diferentes ocasiones nos hemos encontrado con expresiones similares a las siguientes: La temperatura de este mes ha sido más alta que la del mes pasado. La lluvia en esta zona es muy variable. La presión atmosférica se mantuvo con poca oscilación, o, el viento estuvo soplando muy irregularmente durante la estación lluviosa. En todas ellas, se refleja la idea de variación con respecto a lo que se tiene en mente, como el comportamiento habitual de esos parámetros climáticos. Sin embargo, todas esas expresiones aunque verdaderas, son impresisas y requieren ser formuladas cuantitativamente para llegar entonces al concepto de variabilidad como debe usarse en climatología y el cual es mejor conocido en estadística como variación, desviación y dispersión. Es decir, la variabilidad en climatología se refiere a la distribución de los datos individuales de un determinado elemento climático, en relación con el valor de la tendencia central; La media, la mediana, o el modo, principalmente

El uso de la variabilidad se hace muy necesario en las investigaciones del clima para destacar las diferencias individuales dentro de las series climáticas, así como en la diferenciación de dos o más series con medias iguales.o que no difieran estadísticamente.

Se agradece al estadístico J.M. Arcias la lectura y sugerencias hechos a este trabajo, y a Jeannette Freites el delicado trabajo de mecanografía.

.../...

Las medidas de la variabilidad más utilizadas en climatología, serán discutidas en el presente trabajo. Cada una de éllas será presentada con ejemplos concretos que permitan mejor comprensión de su aplicación en los problemas climáticos.

A lo largo del texto se hace referencia a los datos del cuadro 1, para mantener una relación más estrecha con las diferentes medidas de la variabilidad discutidas.

1o. <u>El rango o recorrido</u>(R). Es una expresión cruda de la variabilidad que se define como la diferencia entre los valores extremos de una serie climática.

$$\boxed{R = \text{Máximo} - \text{mínimo}}$$

El rango del cuadro 1 es: 6.568,4 - 630,3 = 5.938,1 mm. El valor de este rango es muy grande por ser 6.568,4, un valor externo excepcional.

Con este ejemplo se demuestra una de las desventajas del rango cual es la de depender de los valores extremos de la serie. Es conveniente en la mayoría de los casos, comparar el rango con otras medidas de la variabilidad ya que es incompleto al no indicar la forma de la distribución contenida en él.

Por otra parte, el rango como expresión de la variabilidad en Climatología, es muy útil al permitir determinar con gran facilidad los límites fuera de los cuales ciertos valores se convierten en calamidades: inundaciones, sequía, bochorno, heladas, etc.

.../...

Conceptos meteorológicos como la tendencia barométrica (diferencia entre la presión atmosférica actual y tres horas pasadas) y la amplitud térmica (diferencia entre la temperatura máxima y mínima), no son otras cosas que el rango de esos parámetros meteorológicos.

Ejemplo: La presión atmosférica de las 8 de la mañana fué de 908,8 mb y tres horas antes 907,6. El rango es por consiguiente de 1,2mb

2. La desviación individual (d). Se define como la diferencia entre cualquier elemento de la serie (Xi) y su media aritmetica ($\bar{X}$)

$$\boxed{d = Xi - \bar{X}}$$

También se emplean desviaciones individuales de la mediana y del modo, pero la más usada es con respecto a la media.

En el cuadro uno, se aprecia como los 39 valores de las desviaciones individuales ($Xi-\bar{X}$) varían de año en año. Solamente cuatro valores de la lluvia presentan valores bajos de las desviaciones, los otros se apartan considerablemente de la media, indicando la alta variabilidad de la lluvia en esa localidad y confirmando que el valor promedio constituye más bien una excepción en relación con la ocurrencia de los valores reales.

En el cuadro 2 se presenta la lluvia anual durante 1.951-1960, en la estación de Chiangrai, Tahilandia, así como la media y las variabilidades individuales. En la figura 1 se indica la representación del cuadro 2.

.../...

CUADRO I

PRECIPITACION ANUAL EN EL PERIODO 1.927-1.965

Misantla, México - (altura 410 m)

AÑO	PRECIP. ANUAL (X_i)	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
1927	2130,5	-31,8	1011,2
28	658,0	-1504,3	2262918,5
29	630,9	-1531,4	2345185,9
1930	1038,5	-1123,8	1262926,4
31	1035,7	-1126,6	1269227,6
32	3052,0	889,9	791922,0
33	2005,3	-157,0	24649,0
34	2815,3	653,0	4264,1
35	6568,4	4406,1	19413717,2
36	2296,3	134,0	17956,0
37	2136,5	-28,8	829,4
38	1583,4	-578,9	335125,2
39	1979,0	-183,3	33598,9
1940	1467,8	-694,5	482330,3
41	1566,3	-596,0	355216,0
42	2093,0	- 69,3	4802,5
43	1513,2	-649,1	421330,8
44	2607,1	444,8	197847,0
45	1926,7	-235,6	55507,4
46	2210,1	47,8	2284,8
47	2172,9	10,6	112,4
48	2390,3	228,0	51984,0
49	2135,6	- 26,7	712,9
1950	2274,6	112,3	12611,3
51	1952,6	-209,7	43974,1
52	3338,0	1175,7	1382270,5
53	2074,9	- 87,4	7638,8
54	2442,0	279,7	78232,1
55	3341,8	1179,5	1391220,3
56	2702,1	539,8	291384,0
57	2739,7	577,4	333390,8
58	2797,7	635,4	403733,2
59	2769,3	609,0	370881,0
1960	2263,7	101,4	10281,9
61	1924,3	-238,0	56644,0
62	1601,1	-561,2	314945,4
63	1123,3	-1039,0	1079521,0
64	1684,4	-477,9	228388,4
1965	1291,9	-870,4	757596,2
SUMA	84.331,2	24.043,1	36098175,5
MEDIA	2162,3	616,5	925594,2

../..

Cuadro 2

Precipitación 1951/60, Chiangrai, Tahilandia

Año	1.951	2	3	4	5	6	7	8	9	1.960
Xi	2202	1682	1907	1663	1979	2020	1763	1669	1765	1692
$(Xi-\bar{X})$	368	-152	- 73	-171	145	186	-71	-165	-69	-142
$\bar{X}$	1834mm									

Fig. 1, Representación del Cuadro 2.
• Variabilidades individuales

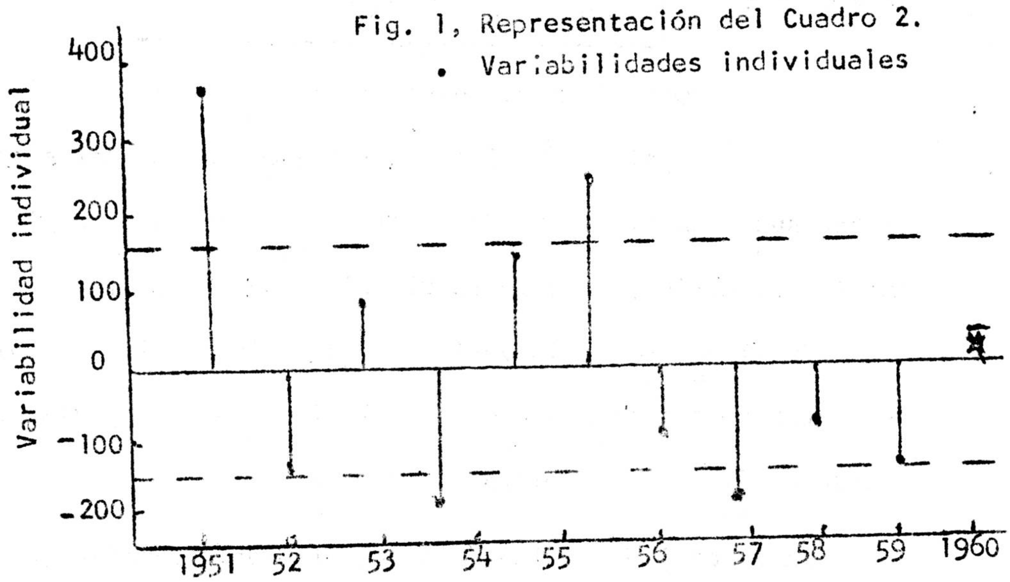

Fig. 1

.../...

3.- La desviación media o variabilidad media (dm)

Es el promedio de las desviaciones de los elementos con respecto a la media. Mientras más grande sea el valor de la desviación media, menos representativa se considera la media estimada. La dm se expresa de la siguiente forma:

$$\boxed{dm = \frac{1}{N} \sum \left| Xi - \bar{X} \right|}$$

o también:

$$\boxed{dm = N^{-1} \sum \left| Xi - \bar{X} \right|}$$

donde N es el número de observaciones

y $\left| Xi - \bar{X} \right|$, las desviaciones individuales sin considerar sus signos, ya que de considerarse, por una propiedad de la media aritmética, la suma resultaría igual a cero.

En el cuadro 1, la variabilidad media resultó ser 616,5 mm y se interpreta diciendo que en cualquier año, la lluvia puede apartarse de 2162,3 en $\pm$ 616,5 milímetros.

En general, el empleo de la desviación media tiende a evitarse en climatología y en su lugar, a utilizar la desviación standard que es más exacta aunque de cálculo más largo. Sin embargo, la desviación media sigue siendo muy útil por ser más cierta que la desviación standard, cuando se quiere conocer la variabilidad de una serie climática donde pueden ocurrir valores muy extremos como en el caso de zonas donde la lluvia presenta valores muy altos y muy bajos.

.../....

La variabilidad media, lo mismo que la desv. standard puede usarse en estudios comparativos, si las series poseen promedios aproximadamente iguales o que no sean estadísticamente diferentes. Sea el siguiente ejemplo:

¿Cuál de las dos estaciones tiene mayor variabilidad media de la precipitación?

A	2500	2000	2050	3000	1850	mm
B	500	5000	2000	1000	2900	mm

En la siguiente tabla se comparan las estaciones:

Cuadro 3.-

Estación A		Estación B	
X_1	$(X_1-\bar{X})$	X_2	$(X_2-\bar{X})$
2.500	220	500	1.780
2.000	280	5.000	2.720
2.050	230	2.000	280
3.000	720	1.000	1.280
1.850	430	2.900	620
$\bar{X}$ = 2.280	$\boxed{370}$ 376	$\bar{X}$= 2.280	1.136

Como ambas estaciones posean iguales medias, pueden compararse directamente, resultando la estación B con mayor variabilidad media (1.136), contra la A con 370 mm

.../...

4.- La Variabilidad Relativa (Vr) Es la relación entre la desviación media (dm) y la media ($\bar{X}$), expresada en porcentaje.

$$\boxed{Vr = \frac{dm}{\bar{X}} 100}$$

ojo La variabilidad relativa se utiliza especialmente en los estudios de la variación de la precipitación.

Sin embargo, como lo demostró Conrad (2), solo debe ojo emplearse en los casos que la precipitación media sea mayor de 700 mm, cuando el valor de Vr no es influído por el valor de la precipitación media.

La utilización de la variabilidad relativa es mu útil en la comparación entre localidades con diferentes promedios de precipitación (siempre que sean mayores de 700 mm), a fín de investigar las variaciones pluviométricas regionales. Un ejemplo de estos estudios fué el realizado por la OEA en la Cuenca del Río de la Plata (7).

En ese trabajo se preparó un mapa de la variabilidad relativa para estaciones mayores de 700 mm aduciendose que una "pequeña variabilidad media (dm) en área con una reducida actividad pluvial, tendría el mismo valor relativo (Vr) que una variabilidad mayor en un área muy lluvioso" (7). Además, se obtuvo otra experiencia en el trazado de las curvas de igual variabilidad al eliminarse varios valores que daban fuertes cambios a estas curvas, por cuanto el cambio de la variabilidad no puede ser brusco sino paulatino.

.../...

La variabilidad relativa del cuadro 1, se obtiene de dividir el promedio de la ~~4a~~ 3a. columna, por la media de la serie:

$$Vr\ \boxed{dm} = \left(\frac{616,5}{2162,3}\right) 100 = 28,5\%$$

Lo cual significa, que cualquier año puede desviarse en 28,5% respecto a ~~2137,1~~ 2162,3 mm.

El siguiente cuadro, ilustrará la forma en que se comparan dos estaciones pluviométricas según sus variabilidades relativas. Se escogieron las estaciones de El Copey y Tacarigua, ambas en la Isla de Margarita.

Cuadro 4.-

	El Copey		Tacarigua	
AÑO	X1	$(X1 - \bar{X}1)$	X2	$(X_2 - \dot{X}_2)$
1.953	1052	27	754	-51
54	1678	653	1.147	342
55	1845	820	1.190	385
56	1660	635	1.290	485
57	679	346	571	234
58	558	467	408	397
59	570	455	389	416
1.960	1040	15	749	56
61	726	299	805	0,00
62	684	341	777	28
63	790	235	815	10
64	1019	6	770	35
E	12.301	4299	9665	2439
Xi	1025	358	805	203
Vr.	34,9%		25,2%	

Obtenida la variabilidades relativas de cada estación, se concluye que la lluvia es más variable en el Copey con 34,9% que en Tacarigua con 25,2%

.../...

Cuando los valores de las medias son muy diferentes como en el siguiente caso, (cuadro 5), las variaciones relativas (Vr) se determinan y se comparan como en el ejemplo anterior:

Así, desviaciones medias de A y B son iguales; pero la variabilidad relativa de A es muy alta (50%), mientras que la de B es muy baja, apenas de 10%.

Cuadro 5-

	A	B
PP Media	1000	5000
dm	500	500
Vr	50%	10%

5. La Desviación Standard o Típica (S)

La desviación Standard es otra de las expresiones para medir la variabilidad en climatología y se define como la raíz cuadrada del promedio del cuadrado de las desviaciones

$$S = \sqrt{\frac{\sum (Xi - \bar{X})^2}{N}}$$

La desviación standard también puede determinarse por la fórmula siguiente:

ojo RAPIDA

$$S = \sqrt{\frac{\sum Xi^2 - \frac{(\sum Xi)^2}{N}}{N}}$$

la cual permite determinar S sin cálcular las desviaciones individuales, ni la media de las observaciones.

Las formulas anteriores quedan modificadas cuando las **muestras tienen menos de 30* observaciones**, expresandose de las siguientes formas:

ojo n < 30

$$S \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{X})^2}{N-1}} \quad y \quad S = \sqrt{\frac{\sum Xi^2 - \frac{(\sum Xi)^2}{N}}{N-1}}$$

*Algunos autores establecen solamente 20 observaciones

.../...

La modificación consiste solamente en cambiar N por (N-1) en el denominador de la raíz.

$\sum Xi^2$, es la suma de los cuadrados de la observaciones.

N - 1: es el grado de libertad (número de elementos (N)en la serie menos uno).

$(\sum Xi)^2$,cuadrado de la suma de las observaciones.

Con los datos de la tabla 2 se indican las dos maneras de obtener la desviación standard, resultando en ambos casos, S = 184,1mm.

Cuadro 6.-

N	Xi	$(Xi-\bar{X})$	$(Xi-\bar{X})^2$	$(Xi)^2$
1	2202	368	135.424	4.848.804
2	1682	152	23.104	2.829.124
3	1907	73	5.329	3.636.649
4	1663	171	29.241	2.765.569
5	1979	145	21.021	3.916.441
6	2020	186	34.596	4.080.400
7	1763	71	5.041	3.108.169
8	1669	165	27.225	2.785.561
9	1765	69	4.761	3.115.225
10	1692	142	20.164	2.862.864
$\sum$; 18.342	-	-	-	-
$\bar{X}$: 1.834				

.../...

$(X_i - X)^2$

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma\,(xi - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{305.910}{10-1}} = \sqrt{33.990} = 184,1 \text{ mm}$$

o por $$S = \sqrt{\frac{\Sigma\, xi^2 - \frac{(\Sigma\, xi)^2}{N}}{N-1}} = \sqrt{\frac{33.948.806 - \frac{(18.342)^2}{10}}{9}} = \sqrt{33.990} = 184,1\text{mm}$$

La desviación standard es siempre mayor que la desviación media. Entre ambas en una distribución normal, debe sumplirse aproximadamente que:

$$S = (1.25)\,(dm).$$

En el caso del viento, la variabilidad más modernamente utilizada es la

5.1.- <u>desviación standard vectorial</u> (Sv) y la cual viene dada por la siguiente ecuación:

$$Sv = \sqrt{\frac{\Sigma\,(vi^2)}{N} - \bar{v}^2}$$

donde:

Vi velocidad de un viento dado

$\bar{V}$ viento resultante ó (velocidad media vectorial)

N número de observaciones del viento

$$\bar{V} \quad \sqrt{\frac{(\Sigma\, v\,\cos\theta)^2 + (\Sigma\, v\,\mathrm{sen}\,\theta)^2}{N}}$$

θ direccion de donde viene el viento, expresado en grados

Σ V cos θ= suma de la componente Norte del viento

Σ V sen θ= suma de la componente Este del viento

Ejemplo: dado los datos del cuadro 7 se indicará la manera de determinar la desviación standard vectorial del viento:

.../...

a) Se cálcula la velocidad media vectorial $(\bar{V})$, y se eleva al cuadrado: 12^2 ; Para este cálculo se disponen los datos según se indica en el cuadro 7. La sumatoria de Vcos θ y sumatoria de V sen θ son los elementos más importante a obtener previamente.

b) Se resta ese valor (12^2) de $\frac{(\sum Vi^2)}{N}$, el cual resultó ser igual a $\frac{6722}{10}$ y la diferencia igual a 528,2

c) Se extrae la raíz cuadrada de la diferencia anterior resultando 22,9 millas/hora.

<u>Cuadro 7.-</u>

Dirección (θ)	velocidad (V)	V cos θ	V sen θ	Vi^2
30	8	6,88	+ 4,00	64
50	14	8,96	+ 10,64	196
310	6	3,84	- 4,56	36
300	22	11,00	- 18,92	484
230	45	- 28,80	- 34,20	2025
330	40	32,00	- 20,00	1600
300	34	17,00	- 29,24	1156
320	16	12,10	- 10,24	256
300	8	4,00	- 6,88	64
50	29	18,56	+ 23,04	841
Σ	222	+ 85,54	- 87,36	6722

.../...

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{(85,54)^2 + (87,36)^2}{10}} = 12 \text{ millas/hora}$$

$$S_V = \sqrt{\frac{6722}{10} - 12^2} = 22,9 \text{ millas/hora}$$

La desviación standard vectorial del viento es una longitud que indica la variabilidad de la velocidad media vectorial en todas las direcciones, de la misma forma que la desviación standard de una magnitud escalar, es una longitud que indica la desviación alrededor de la media escalar.

La desviación standard vactorial puede representarse por un círculo con radio igual a su magnitud y con centro en el extremo del vector medio resultante. Detalle sobre estos problemas escapan al objetivo de este trabajo.

Debe destacarse el hecho que la velocidad media vectorial ($\bar{V}$) del viento que hemos encontrado de 12 milla/hora, difiere de la velocidad media escalar que es un simple promedio de las observaciones de los velocidades entre el número de observaciones $\left(\bar{v} = \frac{\Sigma v}{N}\right) = \frac{222}{10} = 22,2$. Generalmente esta es siempre mayor que

conceptos →

la vectorial. En cuanto a la dirección del viento, también hay dos conceptos diferentes: (a) la dirección resultante (α), la cual viene dada por tag $\alpha = \frac{\Sigma \text{ sen } \theta}{\Sigma \text{ con } \theta}$ despejando alfa, se obtienen los grados del ángulo a partir del Norte hacia la derecha. La dirección resultante estará en el 1o, 2o, 3o, ó 4o. cuadrante, según los signos de las sumas de los senos y cosenos.

.../...

Para $\left.\begin{array}{l}\text{sen } \alpha \; + \\ \text{cos } \alpha \; +\end{array}\right\}$ la dirección resultante = (α), (primer cuadrante)

Para $\left.\begin{array}{l}\text{sen } \alpha \; + \\ \text{cos } \alpha \; -\end{array}\right\}$ la dirección resultante = $(180 - \alpha)$, (segundo cuadrante)

Para $\left.\begin{array}{l}\text{sen } \alpha \; - \\ \text{cos } \alpha \; -\end{array}\right\}$ la dirección resultante = $(180 + \alpha)$, (tercer cuadrante)

Para $\left.\begin{array}{l}\text{sen } \alpha \; - \\ \text{cos } \alpha \; +\end{array}\right\}$ la dirección resultante = $(360 - \alpha)$, (cuarto cuadrante)

En nuestro caso la dirección resultante dió $\alpha = 30°$, pero como la suma de senθ era positiva y la de coseno negativa, la dirección cae en el segundo cuadrante, aplicando $(180 - \alpha) = 180-30 = 150°$ desde el N hacia la derecha. Vectorialmente, un viento estará expresado por esta dirección y la velocidad media vectorial. Estos valores son muy importantes en ciertas investigaciones de Climatología Teórica, pero tienen poco uso en las cuestiones más prácticas.

(b) La otra manera de indicar la dirección del viento y la más conocida es La dirección predominante, más frecuente de donde sopla el viento. Esta dirección es la más usada en la mayoría de los problemas prácticos climatológicos y estadísticamente corresponde al modo o clase más frecuente de ocurrencia. Se tiene entonces, velocidades medias del viento según sus diferentes direcciones, en lugar de una sola dirección y velocidades resultante, vectorialmente. considerados. La dirección predominante del viento o viento modal, es un buen ejemplo del uso del modo como una medida de la tendencia Central.

.../...

Las velocidades del viento en su forma escalar, también permite expresar su variabilidad por la desviación standard y coeficiente de variación; (veáse ejemplo en página (24), pero si la dirección predominante del viento (viento Modal) es utilizada, no hay manera de expresar su variabilidad. Esto constituye una de las desventajas en el uso del modo como medida de la tendencia central en muchos problemas climáticos y la preferencia por la media y mediana.

ojo

Volviendo al cuadro 1, la desviación standard resultó ser de 962 mm obtenido por:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (Xi - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{9.25594}{39}} = 962$$

Si se quiere comparar la lluvia del cuadro 1 (S=962), con la del cuadro 5, (S=184), para saber cual es más variable según los resultados de sus desviaciones típicas, se estaría tentado a responder de inmediato que la del cuadro 1. Aunque la afirmación es correcta, tal repuesta no se puede dar directamente ya que solo es posible comparar desviaciones típicas de series que tengan medias aproximadamente iguales (4), o que no sean estadísticamente diferente, lo cual se demuestra por la prueba t de Student *

---

*) Para demostrar si las medias del cuadro 1 y 5 son estadísticamente diferente:

Se aplica la prueba t de Student dada por:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N-1} + \frac{S_2^2}{N-1}}} = \frac{2162-1834}{\sqrt{\frac{925444}{38} + \frac{33.856}{9}}} = \frac{328}{168} = 1,95.$$

Si el valor encontrado al nivel de significación de 0,05 en la distribución teórica de t de Student, es menor que 1,95, existen diferencias significativas entre las medias. La t hallado en tabla fué de 1,68, (entrando en dicha tabla con $(n_1 + n_2 - 2)$ grados de libertad), Luego, existen significativos entre las medias.

(Veáse nota al final de este trabajo).

../..

ojo Como son medias estadísticamente diferentes la comparación de las desviaciones standards no debe realizarse. La comparación deberá hacerse mediante otra expresión de la variabilidad que se verá más adelante, (el coeficiente de variación). Para evitar la aplicación de la prueba de significación de Student se recomienda usar siempre el CV en las comparaciones entre desviaciones standards.

En el cuadro que sigue, se tiene el caso de las temperaturas medias del mes de enero de dos localidades Venezolanas durante el período de 1953-1962 y cuyas medias son exactamente iguales.

CUADRO 8.

AÑO	1.953	54	55	56	57	58	59	60	61	1962	$\bar{X}$
Est. A	24,4	23,5	23,2	24,2	24,1	26,5	23,8	25,7	24,3	23,7	24,3
Est. B	26,0	25,7	25,7	23,8	23,0	23,6	26,2	26,6	26,3	25,1	24,3

$$S_A = \sqrt{\frac{9,37}{10-1}} = 1,02\ ^\circ C \qquad S_B = \sqrt{\frac{18,82}{10-1}} = 1,41\ ^\circ C$$

ojo Como las medias son iguales (24,3°C) las desviaciones típicas se comparan directamente y se tiene que la estación B posee mayor variabilidad de las temperaturas medias de enero, que la estación A.

La estación B es $\frac{1,41}{1,02}$ = 1,38 veces más variable que la estación A.

.../...

Como se ejemplarizó en el caso anterior, mientras mayor sea la variación, mayor será el valor de la desviación standard y viceversa.

Es necesario recordar, que para que la desviación standard tenga una interpretación válida, la distribución de los elementos en la serie debe ser normal, o casi normal. De no cumplirse, la media tampoco sería buena medida de la tendencia central reflejando el peso de los valores extremos en la cola de la distribución sesgada. Mill $(11_p 315)$ considera que si la distribución se separa del tipo normal la desviación standard es aún una medida útil pero que no puede ser ya aceptada con igual exactitud.

La temperatura media, la presión mensual y anual, la precipitación en largo período, son ejemplos de elementos climatológicos distribuidos normalmente. Otras series climatológicas no tienen una distribución normal de sus elementos pero si la tienen para sus medias en períodos suficientemente largos, (unos 30 años).

En las series de precipitación, por ejemplo, depende del período de observación: la precipitación diaria es muy sesgada, generalmente en forma de jota, la mensual es moderadamente sesgada y la anual suavemente sesgada.

A medida que los años aumentan la precipitación media tiende a una distribución normal.

.../...

6.- La Varianza (S^2)

La varianza o variancia, se define como el cuadrado de la desviación standard.

$$\boxed{S^2 = \frac{1}{N} \Sigma (Xi-\bar{X})^2} \quad ó \quad \boxed{S^2 = \frac{1}{N}\left[\Sigma X_i^2 - \frac{(\Sigma X_1)^2}{N}\right]}$$

MAS FACIL

Para muestras menores de 30 elementos.

$$\boxed{S^2 = \frac{1}{N-1} \Sigma (Xi-X)^2} \quad ó \quad \boxed{S^2 = \frac{1}{N-1}\left[\Sigma Xi^2 - \frac{(\Sigma Xi)^2}{N}\right]}$$

Esta expresión de la variabilidad es altamente utilizada en el análisis de varianza, el cual es una de las herramientas más poderosas en estadística aplicada en las diferentes ciencias.

También es de gran importancia el uso de la varianza como prueba de significación. Así, la prueba de la F de Snedecor permite determinar si dos series son significativamente diferentes si al comparar sus varianzas, el cociente entre éllos, es mayor que la efe tabulada (F_t).La tabla de comparación seencuentra en la mayoría de los textos de estadística y se entra con $(N-1)$ y (N_2-1) grados de libertad.

Por ejemplo, se tienen lad dos series de temperaturas en oF y se quiere saber si la estación B es significativamente más variable que la estación A.

En el cuadro se disponen los datos para determinar la varianza en ambas estaciones:

.../...

CUADRO 9

A Ñ O	Estación A X_1	$(X_1)^2$	Estación B X_2	$(X_2)^2$
1.925	45	2025	49	2401
26	48	2304	53	2809
27	42	1764	51	2601
28	45	2025	51	2601
29	44	1936	48	2304
1.930	46	2116	50	2500
31	45	2025	48	2304
32	43	1849	47	2209
33	43	1849	53	2809
34	44	1936	49	2401
35	44	1936	50	2500
36	42	1764	46	2116
37	45	2025	51	2601
38	45	2025	51	2601
39	44	1936	52	2704
1.940	43	1849	51	2601
41	43	1849	47	2209
42	46	2116	53	2809
43	46	2116	56	3136
1.944	45	2025	54	2916
Σ	888	39.470	1010	51.132
$\bar{X}$	44,4		50,5	

$$S^2 = \frac{1}{N-1}\left(\sum Xi^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{N}\right) \qquad S_A^2 = \frac{1}{20-1}\left(39.470 - \frac{888^2}{20}\right) = \boxed{2,3}$$

$$S_B^2 = \frac{1}{20-1}\left[51.132 - \frac{(1010)^2}{20}\right] = \boxed{6,6}$$

.../...

Las varianzas obtenidas se relacionan y el cociente se compara con el valor de efe tabulado (Ft):

$$F = \frac{\text{varianza mayor}}{\text{varianza menor}} = \frac{6,6}{2,3} = 2,8$$

Entrando en tabla de F con N-1= 19 y N_2-1=19 se obtiene Ft, (al nivel de significación de 0,05) = 2,15, luego, como 2,8 es mayor que 2,15, se concluye que la temperatura en la estación B es significativamente más variable que la temperatura de la estación A.

2,17

7.- Coeficiente de Variabilidad o de Variación. (CV)

El coeficiente de variación es la relación en porcentaje, entre la desviación standard y la media aritmética ($\bar{X}$).

$$\boxed{CV = \left(\frac{S}{\bar{X}}\right) 100}$$

Siendo: $S = \sqrt{\frac{\Sigma(Xi-\bar{X})^2}{N}}$ ó $S = \sqrt{\frac{\Sigma(Xi-\bar{X})^2}{N-1}}$

ojo

El coeficiente de variación es la medida de la variabilidad más ampliamente usada en climatología por permitir comparar series con medias diferentes y series expresadas en diferentes unidades. En climatología es más utilizado en el estudio de la variación relativa de la precipitación en diferentes lugares. También puede usarse en la variabilidad de la velocidad del viento y duración de la insolación.

.../...

El coeficiente de variación tiene poca significación en la variación de la temperatura y en caso de emplearse, las medias deben convertirse primero en grados absoluto, (oK). Ya que en ésta escala se parte del cero verdadero o absoluto, como lo exige el uso del CV.

Aún cuando los valores de los coeficientes de variación son comparables con valores diferentes de precipitación, debe evitarse su empleo cuando la precipitación media es muy baja ya que el valor del coeficiente tiende a infinito cuando la precipitación se aproxima a cero.

Comparando la variabilidad del cuadro 1 con el 5 se tiene:

En el cuadro 1 el coeficiente de variabilidad es de 45,3%.

$$CV = \left(\frac{968}{2.137}\right) 100 = 45,3\%$$

Mientras que en el cuadro 6 es 10,0%. Con estos valores si se puede responder a la interrogante de la página 16 que la variabilidad del cuadro 1 es mucho mayor que la del 5.,

El siguiente ejemplo muestra que el coeficiente de variación no depende de la unidad de medida utilizadas en las comparaciones climáticas.

Sean dos estaciones con sus medias $(\bar{X})$ y sus desviaciones (S), expresadas en pulgadas.

.../...

CUADRO 10a

Estación	$\bar{X}$	S	CV
A 57 años	58,68'	12,7'	21,6%
B 48 años	66,50'	12,3'	18,5%

Al convertir en milimetro la media y la desviación standard los coeficientes permanecen iguales al cuadro 9.

CUADRO 10b

Estación	$\bar{X}$	S	CV
A 57 años	1490,47	322,58	21,6%
B 48 años	1689,10	312,42	18,5%

Al mismo tiempo, el ejemplo revela que la estación A es más variable en su precipitación que la B. Esta comparación no podía efectuarse con los datos de las desviaciones típicas porque las medias eran diferentes.

Veamos otro caso de aplicación del coeficiente de variación: Una estación cuya media de precipitación de 1.500 mm y desviación standard es 50 mm y la velocidad media del viento de 40 Km/h. con desviación típica de 8 Km/h. Interesa conocer si la variabilidad de la precipitación es mayor o menor que la variabilidad de la velocidad del viento. Las dos desviaciones standard no pueden compararse por no estar expresadas en las mismas unidades: mm de precipitación y Km/h.

.../...

Cálculando los coeficientes de variación para cada parámetro climatológico se tiene:

Coeficiente de variación para la precipitación:

$$CV = \frac{50}{1500} \; 100 = 3{,}3 \;\%$$

Coeficiente para la velocidad del viento:

$$CV = \frac{8}{40} \; 100 = 20 \;\%$$

Al compararse los coeficientes obtenidos, se decide que la variabilidad de la velocidad del viento es mayor que la de la precipitación en la estación analizada.

El ejemplo anterior confirma lo establecido por Conrad en relación a una mayor utilización de este coeficiente en las investigaciones climatológicas, "Si las dispersiones de elementos como precipitación, duración de la insolación o velocidad del viento van a ser comparadas" (2).

En vista del amplio uso del CV en climatología y en Geografía y por su utilidad en las comparaciones de variabilidades entre diferentes localidades ó entre períodos diferentes de una misma localidad, muchas veces no es suficiente con decir que un coeficiente de variación es mayor que otro coeficiente de variación, sobre todo, si entre ellos existe poca diferencia en sus valores.

.../...

Es necesario determinar si sus diferencias son estadísticamente significativas. Para esto se determina el error standard de la diferencia entre los coeficiente de variación:

$$Es \left| CV_1 - CV_2 \right| = \sqrt{\frac{CV_1^2}{2N_1} + \frac{CV_2^2}{2N_2}}$$

y se aplica la siguiente regla: Si la diferencia entre los valores de los coeficientes de variación es <u>mayor</u> que dos veces el error standard de la diferencia de los coeficientes de variación existe diferencia significativa y si es mayor de 3 veces la diferencia es altamente significativa.

Es decir, para que la diferencia sea significativa o altamente significativa debe cumplirse que:

$$\boxed{\left| CV_1 - CV_2 \right| > 2 \text{ ó } 3 \sqrt{\frac{CV_1^2}{2N_1} + \frac{CV_2^2}{2N_2}}}$$

Ejemplo: El cuadro 1 tiene $CV_1 = 45{,}3\%$, $N_1 = 39$. El cuadro 6, $CV_2 = 10\%$ y $N = 10$.

Averiguar si estos CV son significativamente diferentes:

$$Es \left| CV_1 - CV_2 \right| = \sqrt{\frac{(45{,}3)^2}{2(39)} + \frac{(10)^2}{2(10)}} = \sqrt{31} = 5{,}5$$

$\left| 45{,}3 - 10 \right| > 3\ (5{,}5)$ luego, son altamente diferente los CV. Veamos un segundo caso:

$CV_1 = 16\%$, $N_1 = 30$, $CV_2 = 12\%$, $N_2 = 28$ ¿Habrá diferencia significativa entre los CV?

$$Es = \sqrt{\frac{(16)^2}{2(30)} + \frac{(12)^2}{2(28)}} = \sqrt{6{,}8} = 2{,}6$$

$$\left| CV_1 - CV_2 \right| = \left| 16 - 12 \right| = 4$$

$4 \not> 2\ (2{,}6)$. Como 4 es menor que dos veces 2,6 se concluye que no existe diferencia significativa entre los dos coeficientes.

.../...

8.- Variabilidad Intersecuencial (VI) La diferencia entre dos valores consecutivos de un elemento climatológico, intersecuencial individual, que al promediarse da la variabilidad intersecuencial media (VI), que se define como la sumatoria de las diferencias (sin considerar los signos) entre los valores consecutivos de un elemento climatológico, dividido por N-1.

$$VI = \frac{\sum \left| Xi - Xi+1 \right|}{N-1}$$

Xi	Valor del elemento en un día, mes ó año
Xi+1	" " " " el día, mes ó año siguiente
N	número de días, meses ó años considerados

Referido a la variabilidad interdiaria de la temperatura, será la suma de las diferencias entre las temperaturas medias consecutivas dividida por el número de días menos uno, del período en estudio. También se emplea como variabilidad interdiaria de la temperatura a la media de las diferencias entre los valores del elemento en la misma hora de observación en días consecutivos.

La variabilidad intersecuencial toma en consideración el valor de los elementos y también su secuencia y puede aplicarse a cualquier elemento climatológico no vectorial. La variabilidad intersecuencial puede ser inter horaria, interdiaria, intermensual, interanual e inter estacional.

El cuadro 11 es un ejemplo de la determinación de la variabilidad interanual media de la precipitación en un período de doce años

.../...

CUADRO 11

AÑO	1953	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	1964
PP:	1052	1678	1845	1660	697	558	570	1040	726	684	790	1019
Σ	(-626) + (-167) + 85 + 963 + 139 + (-12) + (-470) + 314 + 42 +(-106)+(-229)											

$$\Sigma \left| Xi - Xi+1 \right| = 3153$$

$$VIA = \frac{\Sigma \left| Xi - Xi+1 \right|}{N-1} = \frac{3153}{11} = 286 \text{ mm}$$

N =12

Lluvia media del período= 1027 mm

En promedio, la precipitación varía de un año a otro en 286 mm.

Del cuadro 12, se quiere saber cual es la variabilidad interdiaria media (VID) de la temperatura en un período de 14 días.

CUADRO 12

DIAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
°C	28,1	28,2	29,2	28,2	27,7	26,0	28,5	28,1	28,1	28,1	27,9	27,7	27,2	27,1
Σ	|(-0,1) + (-1,0) + 1,0 + 0,5 + 0,9 +(-1,7) + 0,4 + 0,0 + 0,0 + 0,2 + 0,2 + 0,5 +0,1|													

En promedio, un día difiere de otro por 0,4°C.

.../...

9.- <u>Variabilidad intersecuencial relativa (VIR)</u>

La variabilidad intersecuencial se expresa también en porcentaje con relación a la media para facilitar la comparación entre dos estaciones, Sean dos estaciones próximas: La Cabrera en Maracay y Guayabita en Turmero, en el período 1.952-1964, ¿Cuál es la variabilidad interanual media de cada una y cuál tiene mayor variabilidad interanual relativa (VIAR)?.

CUADRO 13

AÑO	La Cabrera Xi	La Cabrera (Xi-Xi+1)	Guayabita Xi	Guayabita (Xi-Xi+1)
1952	1070	173	915	3
53	897	-232	912	183
54	1129	220	729	-267
55	909	- 27	996	187
56	936	170	809	120
57	766	-321	689	-244
58	[illegible]	156	933	191
59	931	- 36	742	-218
1960	967	332	960	- 53
61	632	217	1013	67
62	849	-259	946	- 62
63	1108	160	1008	00
1964	948	-	1008	-
Σ	12.229	2303	11.660	1595
$\bar{X}$	940,6		896,9	

$$VIR = \frac{\Sigma|X_i - X_{i+1}|/N-1}{\bar{X}_i} \quad ó \quad VIR = \frac{VI}{\bar{X}_i}$$

.../...

La Cabrera:

$$VIA = \frac{2303}{12} = 191,9$$

$$VIAR = \frac{191,9}{940,6} \times 100$$

$$VIAR = 20,4\%$$

Guayabita:

$$VIA = \frac{1595}{12} = 132,9$$

$$VIAR = \frac{132,9}{896,9} \times 100$$

$$VIAR = 14,8\%$$

La Cabrera tiene mayor variabilidad interanual y mayor variabilidad interanual relativa que Guayabita.

NOTA: Las pruebas de significación estadísticas.

En las investigaciones cuantitativas usadas en geografía y demás ciencias, se aplican diferentes pruebas de hipótesis tales como: la t de Student, la normal, la F de Snedecor y la chi cuadrado (χ^2). Todas estas pruebas tienen el objetivo de demostrar que: (a) el valor de un parámetro estadístico estimado, (la media, la desviación standard, el coeficiente de correlación la variable dependiente de una línea de regresión, la varianza, etc.,) sea o no significativo, ó, (b) que la diferencia entre dos parámetros dados, (entre dos medias, dos desviaciones standard, etc.) presenten o no diferencias estadísticamente significativas.

Cada una de estas pruebas de hipótesis se fundamenta en el mismo principio: se trata de comparar (a cierto nivel de probabilidad, que generalmente es el de 0,05 ó 0,01), a una distribución práctica cuyo valor se determina por una fórmula matemática dada, con una distribución teórica, cuyos valores aparecen tabulados en tablas especiales ó como parte de la mayoría de los textos estadísticos. Luego, si el valor calculado para los datos

.../...

observados en la distribución práctica es mayor que el valor tabulado según la distribución teórica correspondiente, se acepta que el valor del parámetro dado es estadísticamente significativo, ó bien, si se trata de una comparación, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los parámetros en comparación. Aceptar la significación por estas pruebas equivale a decir en lenguaje estadístico que se rechaza la hipótesis nula que sostenía que los parámetros no tenía significación o que no había diferencias significativas entre los parámetros en comparación.

Por otro lado, si el el valor cálculado de la distribución práctica, es menor que el valor tabulado, el parámetro dado no es significativo (su valor no vale la pena considerarlo), ó bien que no existen diferencias significativas entre los parámetros que se comparan. Esto equivale a decir que se acepta la hipótesis nula que sostenía el criterio que el valor del parámetro no era estadísticamente significativo ó bien que no existen diferencias significativas entre los parámetros estadísticos en comparación.

En estas pruebas, generalmente se utiliza el nivel de probabilidad del 5% = 0,05 = nivel de confianza del 95% y el cual se interpreta diciendo que el valor hallado del parámetro o la diferencia encontrada entre los parámetros, tiene la probabilidad de haber ocurrido por accidente o casualidad, cinco veces en 100.

Cuando se requiere mayor confiabilidad en los resultados, se exige el nivel de probabilidad del 1% = 0,01, ó nivel de confianza del 99% o sea, la probabilidad de uno en 100 de haber ocurrido por accidente.

.../...

A fín de que el léctor ponga a prueba los conocimientos sobre el tema, se proponen los siguientes ejercicios sobre variabilidad (vease las respuestas en la última página)

1.- Calcular la variabilidad media de los siguientes datos de temperatura en °F. Determine también la desviación standard aplicando las dos fórmulas discutidas para muestras menores de 30 observaciones.

°F	57	61	57	58	61	58	60	53	05	51

2.- Determinar la variabilidad media y variabilidad relativa (V r)
de la precipitación anual de Nan, Taílandia, durante el período 1946-1960.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1940	-	-	-	-	-	-	-	973,0	920,9	1266,4	1441,5
1950	1058,8	1606,6	1461,4	1329,1	1086,3	1395,2	1288,7	1311,6	962,1	1312,0
1960	1286,4	-								

3.- ¿Cuál será la variabilidad media y la variabilidad relativa del ejemplo anterior para el período 1950-1960 siendo la media de 1304,8 para este período?.

4.- Dada las siguientes series de temperatura para las localidades A y B. ¿Cuál tiene mayor variación según sus rangos?

A	20,4	17,6	19,0	22,6	20,0
B	15,6	19,9	20,1	14,2	29,8

5.- Dos estaciones A y B con igual precipitación media de 1000 mm y Vr de 10% y 25%, respectivamente.

Si desea saber cuales son sus desviaciones medias.

.../...

6.- La variabilidad interdiaria media de la temperatura en ^{o}F en dos estaciones A y B sobre el Océano Atlántico durante un período de 4 años y para los 12 meses del año, resultó de la siguiente manera:

Est.	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
A	2,7	2,4	2,2	2,1	1,3	0,9	1,0	0,9	1,1	1,8	1,5	2,0
B	4,6	3,6	1,9	1,7	1,0	1,0	1,0	0,9	1,6	1,8	2,0	2,6

a) Se desea saber las variabilidades interdiarias media para cada mes en ^{o}C

ojo

b) ¿Como varía la variabilidad entre los meses de invierno y los de verano?

c) Compare la variabilidad entre las dos estaciones en los diferentes meses.

7.-Dado los siguientes datos de precipitación en pulgadas en 3 estaciones A, B y C, determinar sus variabilidades inter-anual en porcentaje (VIA%).

Estación	PP en Pulg.	VIA	VIA%
A	19,55	10,0 2	
B	19,72	10,0 5	
C	20,54	10,0 2	

8.-En la tabla que sigue se da la precipitación media en pulgadas y sus respectivas desviaciones standard (S) para dos estaciones.

	ENERO		DICIEMBRE		ANUAL	
	$\bar{X}$	S	$\bar{X}$	S	$\bar{X}$	S
Estación A	1,96	1,21	7,45	3,79	58,68	12,70
Estación B	1,26	0,99	11,77	446	66,58	12,36

.../...

a) ¿Pueden compararse las variaciones entre las estaciones A y B en cada grupo a partir de sus desviaciones standar?.

b) Determinar los coeficientes de variación (CV) ~~si su res~~puesta al punto (a) es negativa.

9.-Segun los diferentes datos de precipitación determine la desviación media, variabilidad relativa, desviación standard y coeficiente de variación.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.920	-	-	-	2898	2451	2666	3183	1803	2615	-
1.930	-	2310	2365	3855	2968	5381	2044	2919	2866	-
1.940	-	-	-	-	-	2161	-	-	1970	-
1.950	1525	2001	-	-	-	2316	1818	1569	1970	-
1.960	-	1867								

$\bar{X} = 2501$ mm

¿Podrá compararse la desviación standard con la del cuadro 1?.

¿Cuál tiene mayor variabilidad según sus CV?.

10.-Dados los siguientes datos de precipitación anual para las estaciones Chachopo y San Felipe durante 1.955-1964, determinar las variabilidades interanuales medias (VIA) y sus variabilidades interanuales en porcentaje, así como sus coeficientes de variación para conocer sus diferencias.

.../...

CHACHOPO.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.950	-	-	-	-	-	1176	958	792	534	720
1.960	733	671	716	839	624	-	-	-	-	-

SAN FELIPE

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.950	-	-	-	-	-	1298	1422	1160	891	1515
1.960	1199	1153	1105	1323	1289					

11.- En el cuadro 6 de la página (//) se tiene las desviaciones individuales de cada elemento ($Xi - \bar{X}$)con respecto a la media; y su desviación standard (S). Si los datos son homogeneos debe cumplirse (a) que todas las desviaciones deben ser menores que 3 veces la desviación standard hallada o es decir, compruebe que $(Xi-\bar{X}) \leqslant 3S$.(b) También debe cumplirse que ningún valor de una serie debe ser mayor que el promedio, más tres veces la desviación standard: $(\bar{X}+3S) \geqslant Xi$; (c) Aplique esta última relación al cuadro 1.

.../...

REPUESTA A LOS EJERCICIOS DE VARIABILIDAD

1. dm 3,7 ^{o}F

2. X 1247,2
dm 164,7 mm
Vr 13,2 %

3. dm 119,2
Vr 9,1 %

4. -

5. dm 100 y 250 mm respectivamente

6. -

7. -

8. a) No porque las medias son diferentes
b)

CV	enero	Dic.	Anual
A	62%	51%	21,6%
B	78,5%	38%	1[illegible],6%

9. $\bar{X}$ 2416
S 584
CV 24,6

10. -

11. (a) Se cumple la relación
(b) $(\bar{X}+3S) > Xi$
$\{1834 + (3)\ (184)\} > Xi;\ 2386 > Xi$

Se cumple, ningún valor es mayor de 2386

(c) $\bar{X} = 2163$, $S = 962$; $3S = 2866$

$(\bar{X}+3S) > Xi$, no se cumple ya que 5026 no es mayor que 6568,4. Esto destaca lo excepcional de este valor.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1)	Brooks, CEP. and Carruthers, N	Handbook of statistical Methods in Meteorology Her Majesty's stationary office, London 1.953
2)	Conrad, V, and Pollak,	Methods in Climatology The Harvard University Press, Cambridge 1.962.
3)	Landsberg, H.	Statistical Investigations into the climatology of Rainfall on OAHU En Meteorological Monographs. vol 1 Nº3, Boston 1.951
4)	Monkhouse, F y Wilkinson R,	Mapas y Diagramas Ediciones OIKOS - tan Barcelona 1.963
5)	MOP	Totales Mensuales de lluvia de 291 Estaciones, Caracas 1.968
6)	Moroney, Mj	Facts From Figures A Pelican book, London 3a.ed, 1956
7)	O. E. A.	Cuenca del Río de la Plata O.E.A. Washington DC, 1.969
8)	Stanley, Rosenthal	The Interdiurnal Variability of Surface air temperature over the North Atlantic Ocean en Journal of Meteorology Vol. 17. No, 1
9)	Steinstein, Lawrence	The Rainfall of Thailand Indiana University, USA 1.962
10)	Thom, H	Some Methods of Climatological Analysis. WMO Geneva, 1.966
11)	Mills, Frederick Cecil	Métodos Estadísticos Aplicados a la Economía y los Negocios. Aguilar, Madrid, 1.956.