



PRIMER ENCUENTRO NACIONAL SOBRE CLIMA, AGUA Y TIERRA

Caracas, 8 al 12 de Noviembre de 1983

I Jornadas Nacionales de Hidrología, Meteorología y Climatología.

TEMA: HIDROLOGIA
Aguas Subterráneas

TITULO: ESTIMACION DEL HIDROGRAMA UNITARIO MEDIANTE
EL USO DE FUNCIONES ORTOGONALES

AUTOR: RICARDO A. SMITH
Centro Interamericano de Desarrollo Integral de Aguas y Tierras.
CIDIAT



RESUMEN

El hidrograma de escorrentía directa puede ser definido mediante la convolución del Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI) y la precipitación efectiva. Muchos métodos han sido sugeridos en la literatura para la estimación del Hidrograma Unitario, y a pesar de las grandes críticas que ha recibido, el método de los Volúmenes sigue siendo el más utilizado para este propósito. En este trabajo se presenta como método alternativo para la estimación del Hidrograma Unitario el uso de las funciones ortogonales. Mediante el uso de estas funciones, la escorrentía directa, la precipitación efectiva y el Hidrograma Unitario pueden representarse como una expansión en ellas, lo cual, al introducirse en la ecuación convolutiva anterior, permite la estimación de los coeficientes de la expansión del Hidrograma Unitario y la posterior determinación del mismo. Dos diferentes procedimientos han sido sugeridos en la literatura para la estimación del Hidrograma Unitario usando funciones ortogonales, y ambos son discutidos en el presente trabajo. Estos procedimientos se usaron para determinar el Hidrograma Unitario correspondiente a la tormenta del 28 y 29 de Abril de 1972 del río Chama en Ejido, Estado Mérida. Analizando estos resultados, el trabajo presenta algunas conclusiones y recomendaciones.

1. INTRODUCCION

El Hidrograma Unitario es una representación tipo caja negra del proceso precipitación-escorrentía que permite estimar la escorrentía directa en el punto de interés cuando la precipitación efectiva y el Hidrograma Unitario son dados. En esta representación la excitación del sistema (precipitación efectiva) es convertida en la respuesta (escorrentía directa) mediante la acción del sistema del cual sólo se conoce la función de transformación (el Hidrograma Unitario). El Hidrograma Unitario es pues una técnica de estimación del sistema cuenca que transforma la precipitación en escorrentía, asumiendo que dicho sistema es lineal, estacionario e inicialmente relajado. El Hidrograma Unitario fue introducido por Sherman (1932) y se puede definir como el hidrograma de escorrentía directa resultante de una precipitación efectiva de profundidad unitaria, uniformemente distribuida sobre la cuenca, y de una duración específica.

Si la duración de la lluvia se vuelve infinitesimal el Hidrograma Unitario resultante recibe el nombre de Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI). De acuerdo con la definición de Hidrograma Unitario, cada elemento infinitesimal de precipitación efectiva produce un hidrograma de escorrentía directa igual al producto de ese elemento y el HUI. Usando el principio de superposición, el hidrograma de escorrentía directa está dado por la integral de convolución como,

$$Q(t) = \int_0^t U(w) P(t-w) dw \quad (1)$$

en donde $P(t)$ y $Q(t)$ son respectivamente las funciones de excitación (precipitación efectiva) y respuesta (escorrentía directa), y $U(t)$ es el HUI. Cuando el HUI es conocido, el Hidrograma Unitario de duración específica

puede obtenerse como,

$$U(T,t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t U(w) dw \quad (2)$$

en donde $U(T,t)$ es el Hidrograma Unitario de T horas de duración, y $U(t)$ es el HUI. En la ecuación anterior se asume que $t-T = 0$ cuando $t < T$.

La forma discreta de la ecuación (1) podría escribirse como,

$$Q(t) = \sum_{i=1}^N U(T,i) P(t-i+1) \Delta t \quad (3)$$

en donde N es la memoria del sistema.

Desde la introducción del concepto del Hidrograma Unitario una gran cantidad de técnicas de estimación han sido presentadas en la literatura (Dooge, 1977; Smith y Amisial, 1982a, 1982b). Estas técnicas pueden ser clasificadas en verdaderamente lineales y lineales óptimas (Eagelson et al., 1966). Las técnicas verdaderamente lineales estiman el Hidrograma Unitario asumiendo que la ecuación (1) o la ecuación (3) son las únicas ecuaciones que caracterizan el sistema. Las técnicas lineales óptimas estiman el Hidrograma Unitario dándole una solución aproximada a la ecuación (3) mediante el uso de un procedimiento computacional que define el Hidrograma Unitario óptimo en algún sentido. Las funciones ortogonales son un método de estimación del Hidrograma Unitario del tipo verdaderamente lineal y se presentan ahora en forma detallada.

2. FUNCIONES ORTOGONALES EN LA ESTIMACION DEL HIDROGRAMA UNITARIO

Las funciones ortogonales estiman el Hidrograma Unitario usando las características básicas de estas funciones para invertir bien sea la ecua-

4

ción convolutiva (1) y definir el HUI, o la forma discreta de la ecuación (2) para obtener el Hidrograma Unitario de cierta duración. En la literatura han sido sugeridos dos diferentes métodos de estimación del Hidrograma Unitario, usando funciones ortogonales, (Dooge, 1973; Papazafiriou, 1975; Smith y Amisial, 1982). El primero de ellos expresa la escorrentía directa, la precipitación efectiva y el HUI como una expansión en funciones ortogonales. Los coeficientes de estas expansiones para la escorrentía directa y la precipitación efectiva pueden ser estimados ya que son variables conocidas. Introduciendo las tres expansiones en la ecuación convolutiva (1) permite obtenerse los coeficientes de la expansión del Hidrograma Unitario en función de los coeficientes de las expansiones de la escorrentía directa y de la precipitación efectiva que son conocidos. Una vez estimados los coeficientes de la expansión del Hidrograma Unitario, éste se puede definir usando la ecuación que corresponde a dicha expansión. Las funciones ortogonales de armónicos (O'Donnell, 1966), de Laguerre (Dooge, 1973; Dooge, 1977), y de polinomios Meixner (Dooge, 1973) han sido utilizados en la estimación del HUI.

La segunda de las formas de estimación del Hidrograma Unitario, usando funciones ortogonales, expresa este hidrograma como una expansión en funciones ortogonales. Esta expansión del Hidrograma Unitario es entonces reemplazada en la forma discreta de la ecuación convolutiva representada por la ecuación (3), resultando en una ecuación de tipo regresión múltiple que expresa la escorrentía directa como una función de la precipitación efectiva, las funciones ortogonales, y los coeficientes de la expansión del Hidrograma Unitario. La estimación de los coeficientes de regresión múltiple es equivalente a la estimación de los coeficientes de la expansión del Hidrograma Unitario. Una vez estimados estos coeficientes,

5

el Hidrograma Unitario puede ser definido usando la ecuación respectiva de la expansión de este hidrograma. Funciones ortogonales de armónicos (Papazafiriu, 1957) de Cheryshev (Papazafiriu, 1975), de peso unitario (Papazafiriu, 1975), de Laguerre (Smith, 1982) y de polinomios Meixner (Smith, 1982) han sido utilizadas en la estimación del Hidrograma Unitario mediante esta metodología.

Cada una de las dos metodologías anteriores se presenta ahora con algún detalle. La primera metodología será referida como el método de relación de coeficientes y la segunda como el método de regresión múltiple.

3. ESTIMACION DEL HIDROGRAMA UNITARIO: METODO DE RELACION DE COEFICIENTES.

La excitación del sistema $P(t)$ (precipitación efectiva), la respuesta del mismo $Q(t)$ (escorrentía directa) y la función de transformación (el HUI) pueden expresarse como una expansión en funciones ortogonales de la siguiente manera:

$$P(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{p,m} f_m(t) \quad (4a)$$

$$Q(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{q,m} f_m(t) \quad (4b)$$

$$U(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{u,m} f_m(t) \quad (4c)$$

en donde $a_{p,m}$, $a_{q,m}$, y $a_{u,m}$ son los coeficientes de la expansión de la precipitación efectiva, de la escorrentía directa y del HUI respectivamente y $f_m(t)$ es la función ortogonal usada. Los coeficientes $a_{p,m}$ y $a_{q,m}$ pueden ser estimados ya que se asume que $P(t)$ y $Q(t)$ son conocidos.

Reemplazando las expansiones anteriores en la ecuación convolutiva (1) se podría escribir que,

$$Q(t) = \int_0^t \left[\sum_{m=0}^{\infty} a_{p,m} f_m(w) \right] \left[\sum_{m=0}^{\infty} a_{u,m} f_m(t-w) \right] dw$$

pero haciendo uso de las propiedades de las funciones ortogonales esta ecuación puede reescribirse como,

$$Q(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{p,m} a_{u,m} \int_0^{\infty} f_m(w) f_m(t-w) dw$$

y reemplazando la expansión para $Q(t)$ e igualando término a término las sumatorias de ambos lados de la ecuación resultante se puede escribir,

$$a_{q,m} f_m(t) = a_{p,m} a_{u,m} \int_0^{\infty} f_m(w) f_m(t-w) dw$$

que permite obtener la siguiente relación,

$$a_{u,m} = \frac{a_{q,m} f_m(t)}{a_{p,m} \int_0^{\infty} f_m(w) f_m(t-w) dw}, \quad \forall m \quad (5)$$

ecuación que permite estimar los coeficientes de la expansión del HUI en función de los coeficientes de las expansiones de la precipitación efectiva y la esorrentía directa (conocidos) y de la función ortogonal usada $f_m(t)$. Una vez estimados los coeficientes $a_{u,m}$ el HUI puede definirse usando la ecuación (4c).

Las funciones ortogonales usadas dentro de esta metodología para la esti

mación del HUI han sido las funciones de armónicos o de Fourier (O'Donnell 1966), las funciones de Laguerre (Dooge, 1973) y las de polinomios Meixner (Dooge, 1973). Se presenta ahora con algún detalle estas funciones y las relaciones encontradas para definir el HUI.

3.1. SERIES DE FOURIER

Una función cualquiera $g(t)$ que existe en el intervalo $(0,L)$ puede ser representada en cada punto de este intervalo por una serie infinita de Fourier como,

$$g(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_m \cos \left(\frac{m2\pi t}{L} \right) + b_m \sin \left(\frac{m2\pi t}{L} \right) \right\} \quad (6)$$

en donde a_0 , a_m , y b_m son los coeficientes de la expansión, los cuales pueden ser estimados como,

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_0^L g(t) dt \quad (7a)$$

$$a_m = \frac{2}{L} \int_0^L g(t) \cos \left(\frac{m2\pi t}{L} \right) dt \quad (7b)$$

$$b_m = \frac{2}{L} \int_0^L g(t) \sin \left(\frac{m2\pi t}{L} \right) dt \quad (7c)$$

La escorrentía directa, la precipitación efectiva, y el HUI pueden expresarse como una expansión en series de Fourier usando la ecuación (6). Los coeficientes de las expansiones de la escorrentía directa y de la precipitación efectiva pueden estimarse usando las ecuaciones (7) ya que éstas son funciones conocidas. Una vez estimados estos coeficientes, y usando

la ecuación (5), se pueden obtener unas relaciones que expresen los coeficientes de la expansión del HUI en función de ellos. Estas relaciones pueden escribirse como,

$$a_{u,o} = \frac{1}{n} \frac{a_{q,o}}{a_{p,o}} \quad (8a)$$

$$a_{u,m} = \frac{2}{n} \frac{a_{p,m} a_{q,m} + b_{p,m} b_{q,m}}{a_{p,m}^2 + b_{p,m}^2} \quad (8b)$$

$$b_{u,m} = \frac{2}{n} \frac{a_{p,m} b_{q,m} - b_{p,m} a_{q,m}}{a_{p,m}^2 + b_{p,m}^2} \quad (8c)$$

en donde n indica el número total de puntos en el intervalo $(0,L)$, el subíndice q identifica coeficientes para la esorrentía directa, el subíndice p para la precipitación efectiva, y el subíndice u para el HUI. Con los coeficientes de la expansión del HUI estimados usando las relaciones (8), el HUI puede entonces definirse como una expansión en series de Fourier, usando la ecuación (6).

3.2. FUNCIONES DE LAGUERRE

Una función cualquiera $g(t)$ puede ser representada por una serie infinita de funciones de Laguerre como,

$$g(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m e^{-t/2} L_m(t) \quad (9)$$

en donde $L_m(t)$ son los polinomios de Laguerre definidos por las ecuaciones recursivas dadas como,

$$L_0(t) = 1 \quad (10a)$$

$$L_1(t) = 1 - t \quad (10b)$$

$$L_{m+1}(t) = \frac{1}{m+1} \{ (2m+1-t) L_m(t) - mL_{m-1}(t) \} \quad (10c)$$

y a_m , $m = 1, 2, \dots$ son los coeficientes de la expansión que pueden ser estimados como,

$$a_m = \int_0^\infty g(t) e^{-t/2} L_m(t) dt \quad (11)$$

La escurrentía directa, la precipitación efectiva y el HUI pueden ser representados como una expansión en funciones de Laguerre usando la ecuación (9), y los coeficientes de las expansiones de las dos primeras pueden ser estimados usando la ecuación (11) ya que son funciones conocidas. Usando entonces la ecuación (5) se puede encontrar una relación entre los coeficientes del HUI y los coeficientes estimados de la escurrentía directa y la precipitación efectiva. Esta relación puede escribirse como,

$$a_{u,m} = \frac{1}{a_{p,0}} \left\{ \sum_{i=0}^m a_{q,i} - \sum_{i=0}^{m-1} a_{u,i} a_{p,m-i} \right\} \quad (12)$$

en donde todas las variables ya fueron definidas.

La ventaja del uso de funciones de Laguerre en la estimación del Hidro - grama Unitario es que estas funciones son funciones tipo gamma, la cual es una función que representa adecuadamente respuestas de caída monótona, típica de las cuencas naturales. Es debido a esto que Dooge (1973) intentó expresar directamente el HUI como una expresión en funciones gamma, pero no tuvo mucho éxito ya que éstas funciones no son ortogonales y los coeficientes de la expansión solo pueden estimarse a través de su rela

ción con los coeficientes de la expansión en funciones de Laguerre. Este inconveniente ha excluido el uso de funciones de mayor significado físico en la estimación del Hidrograma Unitario.

3.3. POLINOMIOS MEIXNER

El uso de las dos funciones anteriores en la estimación del HUI implica una discretización de funciones continuas. En el caso de las funciones de Laguerre su versión discreta no es ortogonal y el HUI obtenido mediante esta metodología es sólo una aproximación (una buena aproximación). Tratando de solucionar este problema se sugirió el uso de los polinomios Meixner (Dooge, 1973) que son derivados mediante una analogía entre el campo continuo y el campo discreto para las funciones de Laguerre.

Una función discreta $g(t)$ puede ser representada por una expansión en polinomios Meixner como,

$$g(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \left(\frac{1}{2}\right)^{(m+t+1)/2} \left\{ \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} \binom{t}{k} \right\} \quad (13)$$

en donde a_m , $m = 1, 2, \dots$ son los coeficientes de la expansión que pueden ser estimados como,

$$a_m = \sum_{t=0}^{\infty} g(t) \left(\frac{1}{2}\right)^{(m+t+1)/2} \left\{ \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} \binom{t}{k} \right\} \quad (14)$$

La escurrentía directa, la precipitación efectiva y el HUI pueden representarse como una expansión en polinomios Meixner usando la ecuación (13). Los coeficientes de la expansión de la escurrentía directa y de la precipitación efectiva pueden estimarse usando la ecuación (14) ya que éstas

son funciones conocidas. Usando estos coeficientes en la ecuación (5) se puede definir una relación que permite estimar los coeficientes del HUI en función de ellos. Esta relación puede escribirse como,

$$a_{u,m} = \frac{1}{a_{p,0}} \left\{ \sum_{k=0}^m \left(\frac{1}{2}\right)^{(m-k+1)/2} a_{q,m} - \sum_{k=0}^{m-1} a_{u,k} a_{p,m-k} \right\} \quad (15)$$

4. ESTIMACION DEL HIDROGRAMA UNITARIO: METODO DE REGRESION MULTIPLE

La expansión del Hidrograma Unitario de T horas de duración en funciones ortogonales puede escribirse como,

$$U(T,t) = \sum_{m=0}^M a_{u,m} f_m(t) \quad (16)$$

en donde M es el orden de la expansión. Reemplazando esta expresión del Hidrograma Unitario en la ecuación (3) se puede escribir que,

$$Q(t) = \sum_{m=0}^M a_{u,m} \sum_{n=1}^N f_m(n) P(t-n) \quad (17)$$

y definiendo la función,

$$F_m(t) = \sum_{n=1}^N f_m(n) P(t-n) \quad (18)$$

permite reescribir la ecuación (17) como,

$$Q(t) = \sum_{m=0}^M a_{u,m} F_m(t) \quad (19)$$

que expresa la escorrentía directa en función de los coeficientes de la expansión del Hidrograma Unitario y de la función $F_m(t)$.

Si el número de ordenadas de la escorrentia directa y de la precipitación efectiva es el mismo, la ecuación (20) representaría un sistema con igual número de ecuaciones y de incógnitas. En general, el número de ordenadas de la precipitación efectiva es mucho menor que el de la escorrentia directa, representando entonces la ecuación (20) un sistema indeterminado de ecuaciones. El método empleado para estimar las incógnitas (los coeficientes de la expansión del Hidrograma Unitario) de este sistema indeterminado es el de regresión múltiple (Papazafiriou, 1975). Este método no sólo permite estimar los coeficientes sino también determinar el orden de la expansión, bien sea por algún procedimiento tipo stepwise (Papazafiriou, 1975), o por escogencia del orden de una regresión polinómica (Smith y Amisial, 1982). Además de las expansiones del Hidrograma Unitario en series de Fourier, en funciones de Laguerre, y en polinomios Meixner, presentados en la sección anterior, el uso de funciones de Chevyshev y de Peso Unitario han sido sugeridas (Papazafiriou, 1975).

La expansión del Hidrograma Unitario en funciones de Chevyshev puede escribirse como,

$$U(t,m) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{u,m} T_m(t) \quad (20)$$

en donde $T_m(t)$ son los polinomios de Chevyshev definidos por las siguientes ecuaciones recursivas:

$$T_0(t) = 1 \quad (21a)$$

$$T_1(t) = t \quad (21b)$$

$$T_{m+1}(t) = 2t T_m(t) - T_{m-1}(t) \quad (21c)$$

La expansión del Hidrograma Unitario en funciones de Peso Unitario puede escribirse como,

$$U(T,t) = \sum_{m=0}^M a_{u,m} H_m(t) \quad (22)$$

en donde los $a_{u,m}$ son los coeficientes de la expansión del Hidrograma Unitario, y $H_m(t)$ es la función de Peso Unitario definida usando los polinomios $S_m(t)$ dados por las siguientes ecuaciones recursivas,

$$S_0(t) = 1 \quad (23a)$$

$$S_1(t) = t - C_1 \quad (23b)$$

$$S_{m+1}(t) = (t - C_{m+1}) S_m(t) - d_m S_{m-1}(t) \quad (23c)$$

en donde,

$$C_{m+1} = \frac{\sum_{i=1}^N i S_m^2(i)}{\sum_{i=1}^N S_m^2(i)} \quad (24a)$$

$$d_m = \frac{\sum_{i=1}^N i S_m(i) S_{m-1}(i)}{\sum_{i=1}^N S_{m-1}^2(i)} \quad (24b)$$

y la función de Peso Unitario estaría dada como,

$$H_m(t) = S_m(t) / \left\{ \sum_{i=1}^N S_m^2(i) \right\}^{1/2} \quad (25)$$

Una vez estimados los coeficientes del Hidrograma Unitario usando la ecuación (19) y mediante el uso de regresión múltiple, el Hidrograma Unitario puede ser entonces estimado usando su respectiva ecuación de expansión en funciones ortogonales.

5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Los métodos de funciones ortogonales presentados en las secciones anterior

res se usaron para estimar el Hidrograma Unitario correspondiente a la tormenta del 28 y 29 de Abril de 1972 para el río Chama en Ejido, Estado Mérida. Esta cuenca tiene un área de 1.130 kilómetros cuadrados. Los hidrogramas Unitarios estimados por los métodos anteriores fueron entonces utilizados para la predicción del hidrograma de escorrentía directa, usando la precipitación efectiva correspondiente. Los resultados se presentan en forma gráfica y tabular.

Para la comparación de los diferentes métodos se usaron algunos indicadores que miden la bondad del ajuste de los hidrogramas calculados. Estos indicadores incluyen desde las principales características del hidrograma hasta coeficientes de correlación más complejos. Las características del hidrograma, usadas para la comparación, son el caudal pico, el tiempo de ocurrencia del pico, el volumen del hidrograma, la media, la desviación típica, y el coeficiente de variación del hidrograma, y los errores de predicción del caudal pico y del volumen. Los coeficientes de correlación r usados miden de una forma u otra el grado de asociación entre las cantidades observadas y calculadas (Smith y Amisial, 1982). El coeficiente de correlación ($0 \leq r \leq 1$), el coeficiente de eficiencia ($r \leq 1$), el coeficiente de correlación especial ($0 \leq r \leq 1$), y el coeficiente de la curva de masa residual ($r \leq 1$), son usados en este análisis. Para todos estos coeficientes, mientras más cercano a uno sea su valor, mejor es el ajuste. La Tabla 1 presenta los resultados de la predicción para cada uno de los métodos, usando los indicadores arriba mencionados, las Figuras 1 y 2 presentan los hidrogramas de escorrentía directa observados y calculados por los métodos de relación de coeficientes y los métodos de regresión múltiple respectivamente.

Tabla 1. Resultados de la Predicción de los Diferentes Métodos para la Tormenta del 28-29/04/72 del río Chama en Ejido.

Características	Observa- do	Series de Fourier*	Funciones Laguerre*	Polinomos Meinert*	Series de Fourier	Funciones Laguerre	Polinomos Meinert	Funciones Chevychev	Peso Unitario
Caudal Pico	316.7	300.0	239.0	297.0	295.0	305.0	282.0	278.0	285.0
Tiempo al Pico	6.0	5.0	3.0	5.0	6.0	5.0	5.0	5.0	5.0
Volumen	5.4×10^6	5.4×10^6	5.8×10^6	5.4×10^6	5.4×10^6	5.4×10^6	5.9×10^6	5.2×10^6	5.4×10^6
Media	83.1	83.0	84.8	83.2	83.1	83.1	84.0	79.0	83.0
Desv. Típica	98.1	94.4	86.3	97.5	97.2	97.3	95.6	102.0	97.1
Coef. Variación	1.17	1.13	1.01	1.17	1.16	1.17	1.13	1.29	1.17
Coef. Correlación		0.961	0.826	0.995	0.992	0.993	0.985	0.950	0.989
Error Predicción del Pico.		0.050	0.224	0.060	0.060	0.034	0.108	0.120	0.098
Error Predicción del Volumen		0.002	-0.020	0.000	0.000	0.000	-0.006	0.050	0.032
Coefficiente de Eficiencia		0.924	0.679	0.991	0.984	0.986	0.970	0.893	0.979
Coefficiente Corre- lación Especial		0.978	0.902	0.997	0.995	0.996	0.991	0.963	0.994
Coefficiente Curva Masa Residual		0.937	0.843	1.000	0.999	0.999	0.997	0.978	0.999

* Métodos de Relación de Coeficientes.

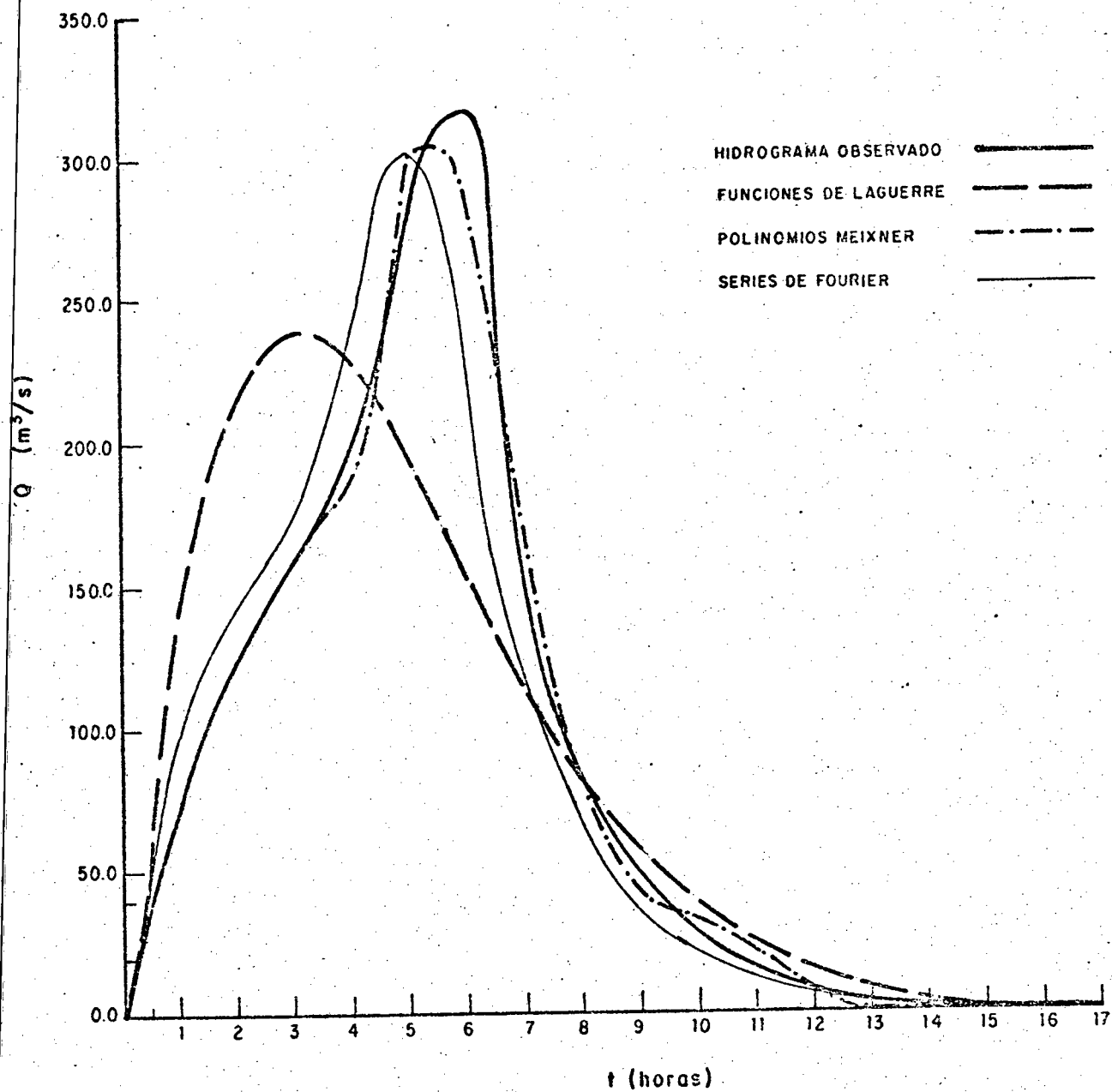


Figura 1.- Métodos de Relación de Coeficientes

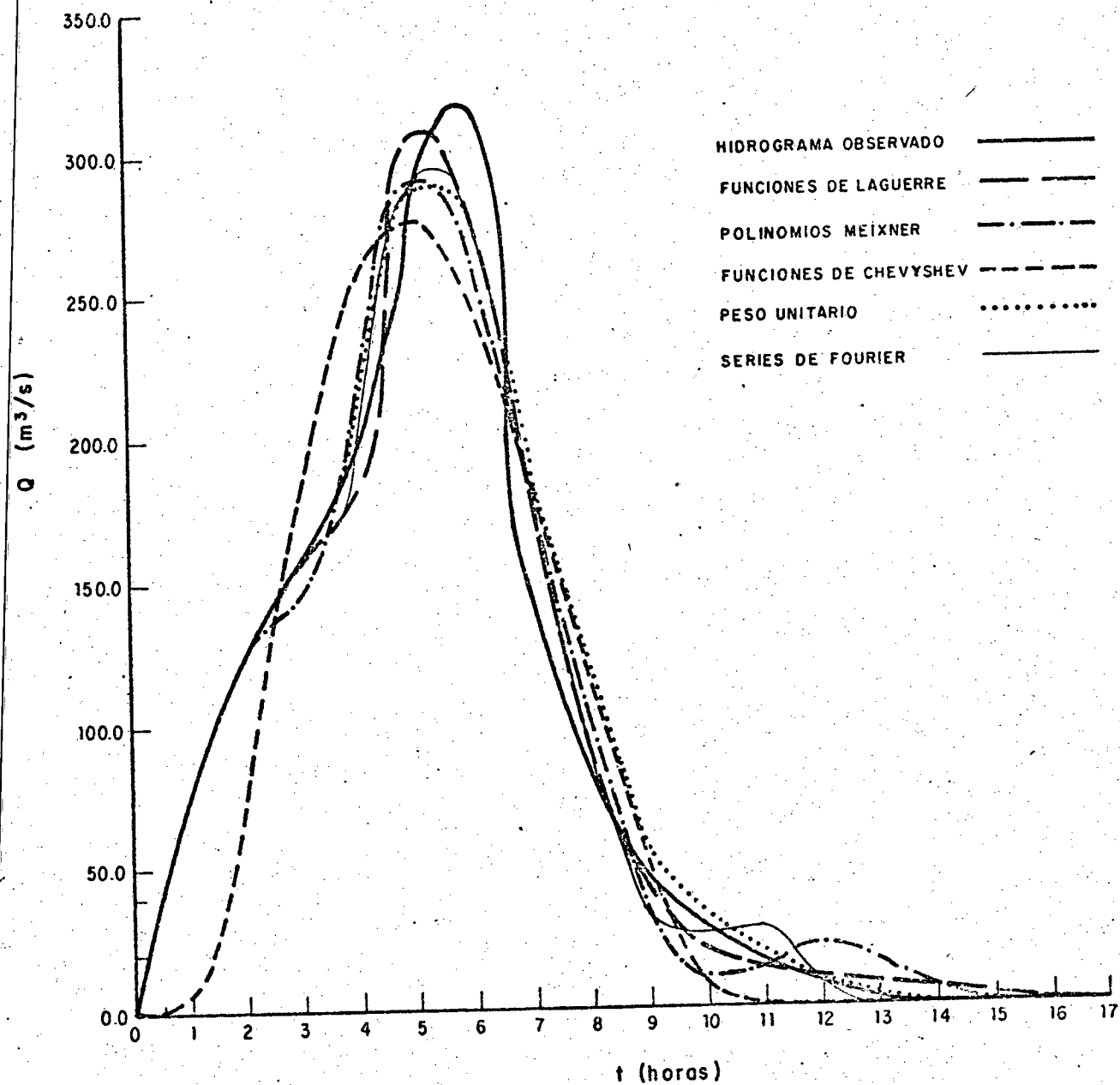


Figura 2. - Métodos de Regresión Múltiple

Observando los resultados se puede concluir en general que la metodología propuesta representa una excelente alternativa de estimación del Hidrograma Unitario, sobre todo con respecto a métodos como el de los volúmenes, del cual se ha reportado puede llegar a producir errores de predicción del pico y del volumen del hidrograma de hasta el 270% (Dooge, 1977; Smith y Amisial, 1982). Otra ventaja de la metodología propuesta es que el uso de funciones ortogonales como las funciones de Laguerre y los polinomios Meixner tiene gran sentido físico al estar construidas por funciones gamma. En particular se podría concluir, a partir de los resultados, lo siguiente:

1. De los métodos de relación de coeficientes el uso de Series de Fourier y de polinomios Meixner produce resultados muy aceptables, por no decir excelentes, mientras que los resultados obtenidos con las funciones de Laguerre dejan mucho que desear.
2. De los métodos de regresión múltiple el uso de las series de Fourier, de las funciones de Laguerre, de los polinomios Meixner y de las funciones de Peso Unitario producen excelentes resultados. Los resultados obtenidos en este caso con funciones de Chevyshev dejan mucho que desear. En estas metodologías se destacan el uso de las Series de Fourier, de las funciones de Laguerre y de los polinomios Meixner como las mejores.
3. Entre los dos métodos (relación de coeficientes y regresión múltiple), el método de regresión múltiple es recomendado ya que su solución es equivalente a un ajuste de mínimos cuadrados al hidrograma de escurrimiento directa observado, y no solo una solución matemática a una e-

cuación convolutiva. Dentro de los métodos de regresión múltiple las series de Fourier, las funciones de Laguerre, los polinomios Meixner y las funciones de Peso Unitario produjeron excelentes resultados.

4. Entre los métodos de regresión múltiple se debería de favorecer el uso de funciones de Laguerre y de polinomios Meixner ya que estos están contruidos por funcione Gamma, las cuales tienen un claro significado físico en la representación adecuada de la caída monótona, típica de las cuencas naturales.
5. Las conclusiones anteriores confirman los análisis presentados por otros autores como Dooge (1973, 1977) y Smith y Amisial (1982).
6. Las metodologías presentadas estiman un Hidrograma Unitario por tormenta y para definir el único Hidrograma Unitario de la cuenca hay que recurrir a técnicas de promediación las cuales, en muchos casos, producen resultados poco satisfactorios (Smith y Amisial, 1982). Se debe hacer un esfuerzo por definir una metodología que permita estimar el único Hidrograma Unitario de la cuenca dentro del mismo procedimiento de estimación de los coeficientes de la expansión en funciones ortogonales.

6. AGRADECIMIENTOS

Este estudio fue financiado por el CONICIT dentro del marco del proyecto "Incidencias de los Métodos de Generalización y Regionalización sobre la Selección de las Medidas de Control de Inundaciones" otorgado al CIDIAT durante el año 1971.

7. BIBLIOGRAFIA

- Amisial R.A., Smith R.A. Bandes A, y Castro M., 1981. Incidencia de los Métodos de Generalización y Regionalización sobre la selección de las medidas de control de Inundaciones. Informe de Avance al CONI-CIT.
- Dooge J.C.I. 1973. Linear Theory of Hydrologic Systems. U.S. Dept. of Agriculture Technical Bulletin 1468, Washington.
- Dooge J.C.I. 1977. Problems and Methods of Rainfall Runoff Modelling. En Mathematical Models of Surface Water Hydrology, CirianiTA, Maione U, Wallis J.R. (Editores), John Willey & Sons, New York.
- Eagelson P.S., Mejía R.R. y March F. 1966. Computation of Optimum Realizable Unit Hydrographs. Water Resour. Res., 2(4). pp. 1557-1558.
- Hall M.J. 1977. On the Smoothing of oscillations in finite period unit Hydrographs derivid by the Harmonic Method. Hydrol. Sciences Bull, 22(2). pp. 313-324.
- O'Donnell T. 1960. Instantaneous unit Hydrograph derivation by Harmonic Analysis. Int. Ass. Sci. Hydr., 51. pp. 546-557.
- O'Donnell T. 1966. Methods of Computation in Hydrograph Analysis and Synthesis, Part III. Recent Trends in Hydrograph Synthesis, TNO Proc. and Inform. Note 13, The Hague.
- Papazafiriou Z.G. 1975. Polynomial approximation of the Kernel of Closed linear Hydrologic Systems. J. of Hydrology, 27. pp. 319-329.
- Phillippe I.T, y Wiggert J.M. 1969. Instantaneous Unit Hydrograph response by Harmonic Analysis. Water Resour. Res. Center Bulletin 15, Virginia Polytechnic Institute, Virginia.
- Sherman L.K. 1932. Stream flow from Rainfall by the Unit-graph Method. Eng. News-Record, 108. pp. 501-505.
- Smith R.A. 1982. Métodos Convencionales de Generalización. Informe de Circulación Interna, CIDIAT, Mérida.
- Smith R.A y Amisial R.A. 1982. Análisis Comparativo de los Métodos Convencionales de Generalización. Conferencia invitada al Seminario sobre Hidrología con énfasis en el problema de la información escasa, Medellín, Colombia, 23 al 26 de Marzo.
- Smith R.A. y Amisial R.A. 1982. Comparative Analysis of Various Rainfall-Runoff Models. Trabajo presentado en el International Symposium on Hydrometeorology, Denver, 13 al 17 de Junio.

Smith R.A. y Amisial R.A. 1982. Métodos de Optimización en la Estimación del Hidrograma Unitario. Revista el Agua N° 25, Junio, Caracas, Venezuela.

Smith R.A. 1982. Uso de Transformación en la estimación del Hidrograma Unitario Instantáneo. Trabajo presentado en el Simposium sobre Orientación y Proyección de la Matemática en las Escuelas de Ingeniería, Mérida, 9 al 12 de Junio.